

CHƯƠNG

III

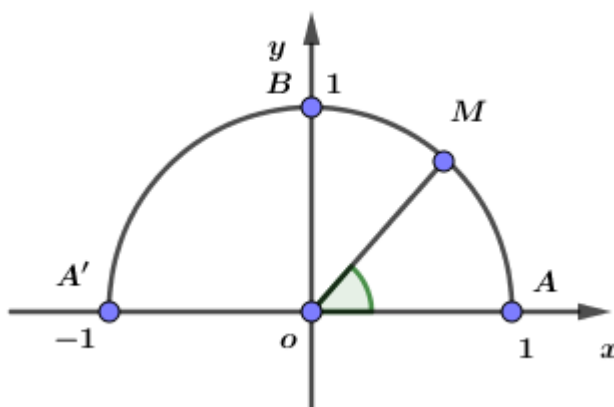
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180°

ĐỀ TEST SỐ 01

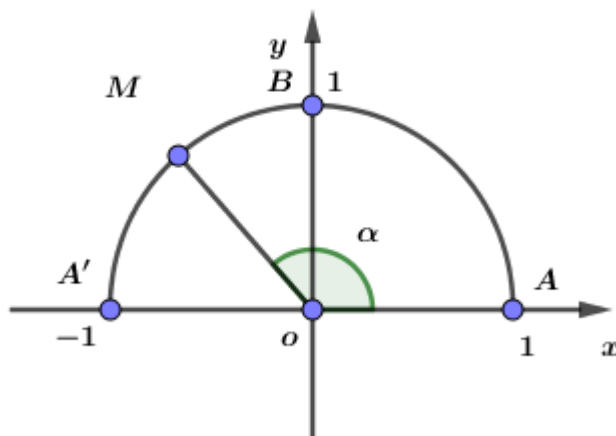
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.



- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0$. C. $\sin \alpha = 0$. D. $\sin \alpha = 1$.

Câu 2: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.



- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\cos \alpha = 0$. D. $\cos \alpha = -1$.

Câu 3: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Giá trị lượng giác của $\tan \alpha$ là

- A. $\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$. C. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. D. $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 4: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Giá trị lượng giác của $\cot \alpha$ là

- A.** $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. **B.** $\cot \alpha = 2\sqrt{2}$. **C.** $\cot \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. **D.** $\cot \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 5: Biểu thức $E = \sin(180^\circ - x) - 2\cos(90^\circ - x) + \cos x \cdot \tan x$ ($x \neq 90^\circ$) sau khi thu gọn bằng với biểu thức nào trong 4 biểu thức dưới đây:

- A.** $A = 0$. **B.** $B = -2\sin x$. **C.** $C = \sin x$. **D.** $D = -2\cos x$.

Câu 6: Cho tam giác ABC , tính giá trị biểu thức $P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

- A.** 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $A = -\sin(180^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \cos x$ ta được

- A.** $A = -\sin x$. **B.** $A = \sin x$. **C.** $A = 2\sin x$. **D.** $A = \cos x$.

Câu 8: Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < 90^\circ$. Tính $\sin \alpha$.

- A.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. **B.** $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. **D.** $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Câu 9: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó giá trị $\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}}$ bằng:

- A.** $-\frac{2\sqrt{19}}{19}$. **B.** $\frac{2\sqrt{19}}{19}$. **C.** $\frac{-\sqrt{19}}{19}$. **D.** $\frac{\sqrt{19}}{19}$.

Câu 10: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $P = \cot(180^\circ - \alpha)$

- A.** $P = \frac{3}{4}$. **B.** $P = -\frac{3}{4}$. **C.** $P = -\frac{4}{3}$. **D.** $P = \frac{4}{3}$.

Câu 11: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\tan \alpha = -\sqrt{2}$. **B.** $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$.

Câu 12: Kết quả rút gọn của biểu thức $\left(\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1}\right)^2 + 1$ bằng

- A.** 2. **B.** $1 + \tan \alpha$. **C.** $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$. **D.** $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- a) $\sin \alpha > 0$
b) $\cot(90^\circ - \alpha) > 0$.
c) $\sin(135^\circ - \alpha) < 0$.
d) $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + 90^\circ\right) < 0$.

Câu 2: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị.

a) $\sin \alpha = x_0; \cos \alpha = y_0$.

b) Nếu $x_0 < 0$ thì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

c) Nếu $x_0 = \frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

d) Nếu $x_0 = -\frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{9}$.

Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\tan \alpha > 0$.

b) $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$

c) Giá trị $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$.

d) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \tan^2 \alpha$

Câu 4: Cho $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) $\cos x > 0$.

b) Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{-94}{169}$.

c) Giá trị $\tan x = \frac{5}{12}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = \frac{25}{313}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc x thỏa mãn $\cot x = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 4 \sin x}$

Câu 2: Biết $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = 4 \sin^2 \alpha + 8 \tan^2 \alpha$ là:

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a}$ khi $\tan a = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Giả sử $\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x} = \tan^n x$. Khi đó n có giá trị là

Câu 5: Tính giá trị của biểu thức $\sin^2 a \cdot \tan^2 a + 4 \sin^2 a - \tan^2 a + 3 \cos^2 a$

Câu 6: Cho A, B, C là ba góc trong tam giác ABC . Tính giá trị của biểu thức sau:

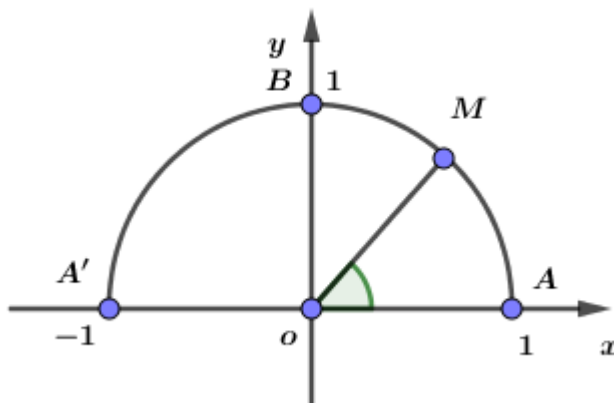
$$P = \cos^2 \left(180^\circ - \frac{B}{2} \right) - \cos^2 \left(\frac{180^\circ + A + C}{2} \right) + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{A + C}{2}$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.



A. $\sin \alpha > 0$.

B. $\sin \alpha < 0$.

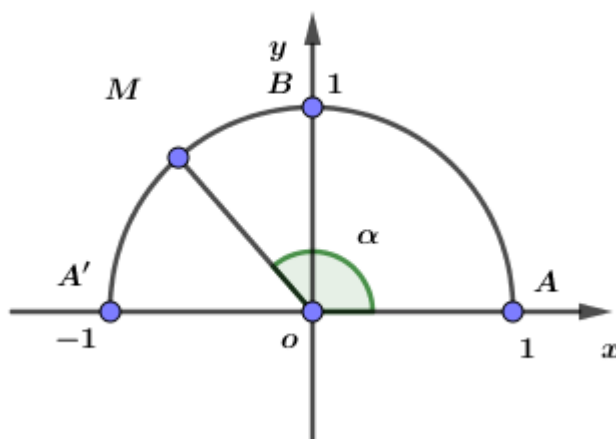
C. $\sin \alpha = 0$.

D. $\sin \alpha = 1$.

Lời giải

+) Chiều điểm M lên trục $oy \Rightarrow \sin \alpha > 0$.

Câu 2: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.



A. $\cos \alpha > 0$.

B. $\cos \alpha < 0$.

C. $\cos \alpha = 0$.

D. $\cos \alpha = -1$.

Lời giải

+) Chiều điểm M lên trục $ox \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

Câu 3: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Giá trị lượng giác của $\tan \alpha$ là

A. $\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

B. $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$.

C. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$.

D. $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

$$\text{Ta thấy } M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = -\frac{1}{3} \\ \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}.$$

Câu 4: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Giá trị lượng giác của $\cot \alpha$ là

- A.** $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. **B.** $\cot \alpha = 2\sqrt{2}$. **C.** $\cot \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. **D.** $\cot \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

$$\text{Ta thấy } M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{3} \\ \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Câu 5: Biểu thức $E = \sin(180^\circ - x) - 2\cos(90^\circ - x) + \cos x \cdot \tan x$ ($x \neq 90^\circ$) sau khi thu gọn bằng với biểu thức nào trong 4 biểu thức dưới đây:

- A.** $A = 0$. **B.** $B = -2\sin x$. **C.** $C = \sin x$. **D.** $D = -2\cos x$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin(180^\circ - x) = \sin x; \cos(90^\circ - x) = \sin x; \cos x \cdot \tan x = \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \sin x.$$

$$\text{Vậy } E = \sin(180^\circ - x) - 2\cos(90^\circ - x) + \cos x \cdot \tan x \quad (x \neq 90^\circ) \\ = \sin x - 2\sin x + \sin x = 0.$$

Câu 6: Cho tam giác ABC , tính giá trị biểu thức $P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

- A.** 0 . **B.** 1 . **C.** -1 . **D.** 2 .

Lời giải

$$\text{Trong tam giác } ABC, \text{ có } \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A}.$$

$$\text{Suy ra } \sin(B+C) = \sin A; \cos(B+C) = -\cos A.$$

$$\text{Vậy } P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C) = -\sin A \cdot \cos A + \cos A \cdot \sin A = 0.$$

Câu 7: Rút gọn biểu thức $A = -\sin(180^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \cos x$ ta được

- A.** $A = -\sin x$. **B.** $A = \sin x$. **C.** $A = 2\sin x$. **D.** $A = \cos x$.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = -\sin(180^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \cos x \\ = -\sin x - \cos x + \cos x = -\sin x$$

Câu 8: Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < 90^\circ$. Tính $\sin \alpha$.

- A.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. **B.** $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. **D.** $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}.$$

$$\text{Do } 0 < \alpha < 90^\circ \text{ nên } \sin \alpha > 0. \text{ Suy ra, } \sin \alpha = \frac{3}{5}.$$

Câu 9: Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khi đó giá trị $\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}}$ bằng:

A. $-\frac{2\sqrt{19}}{19}$.

B. $\frac{2\sqrt{19}}{19}$.

C. $\frac{-\sqrt{19}}{19}$.

D. $\frac{\sqrt{19}}{19}$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}} \Rightarrow \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \cot \alpha = -\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{19}}$

Suy ra $\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{19}} - \frac{3}{\sqrt{19}} = -\frac{2\sqrt{19}}{19}$.

Câu 10: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $P = \cot(180^\circ - \alpha)$

A. $P = \frac{3}{4}$.

B. $P = -\frac{3}{4}$.

C. $P = -\frac{4}{3}$.

D. $P = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Do $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cot \alpha < 0 \Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -\sqrt{\frac{25}{9} - 1} = -\frac{4}{3}$.

$P = \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha = \frac{4}{3}$

Câu 11: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\tan \alpha = -\sqrt{2}$.

B. $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\sqrt{2}$; $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12: Kết quả rút gọn của biểu thức $\left(\frac{\sin a + \tan a}{\cos a + 1}\right)^2 + 1$ bằng

A. 2.

B. $1 + \tan \alpha$.

C. $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

D. $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{\sin a + \tan a}{\cos a + 1}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sin a(\cos a + 1)}{\cos a + 1}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sin a}{\cos a}\right)^2 + 1 = \tan^2 a + 1 = \frac{1}{\cos^2 a}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- a) $\sin \alpha > 0$
- b) $\cot(90^\circ - \alpha) > 0$.
- c) $\sin(135^\circ - \alpha) < 0$.
- d) $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + 90^\circ\right) < 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

- a) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$. Đúng.
- b) Ta có: $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha > 0$. Đúng.
- c) Ta có: $45^\circ < 135^\circ - \alpha < 135^\circ \Rightarrow \sin(135^\circ - \alpha) > 0$ Sai.
- d) Ta có: $90^\circ < \frac{\alpha}{2} + 90^\circ < 135^\circ \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 90^\circ\right) > 0$. Sai.

Câu 2: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị.

- a) $\sin \alpha = x_0; \cos \alpha = y_0$.
- b) Nếu $x_0 < 0$ thì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
- c) Nếu $x_0 = \frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
- d) Nếu $x_0 = -\frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{9}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

- a) Khẳng định **SAI** vì điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì $\sin \alpha = y_0; \cos \alpha = x_0$
- b) Khẳng định **SAI** vì $x_0 < 0$ thì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
- c) Khẳng định **ĐÚNG** vì điểm $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
- d) Khẳng định **ĐÚNG** vì $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \tan \alpha = -2\sqrt{2}$ nên

$$\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{-2\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{-2\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{7}{9}.$$

Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- a) $\tan \alpha > 0$.
- b) $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$
- c) Giá trị $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$.

d) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \tan^2 \alpha$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\tan \alpha > 0$. Vậy mệnh đề **Đúng**.

b) Ta có: $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(180^\circ - 90^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$. Vậy mệnh đề **Sai**

c) Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2}$

Vậy mệnh đề **Đúng**.

d) Ta có: $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 + \tan^2 \alpha = 2 \tan^2 \alpha + 1$

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) $\cos x > 0$.

b) Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{-94}{169}$.

c) Giá trị $\tan x = \frac{5}{12}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = \frac{25}{313}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$. Vậy mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$.

Do đó $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cdot \left(\frac{25}{169}\right) - \frac{144}{169} = \frac{-94}{169}$.

Vậy mệnh đề đúng.

c) Do $\cos x < 0$ và $\cos^2 x = \frac{144}{169}$ nên $\cos x = -\frac{12}{13}$.

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12}$.

Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có:

$$A = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{1 + 1 - \sin^2 x} = \frac{\left(\frac{5}{13}\right)^2}{1 + 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{25}{313}$$

Vậy mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc x thỏa mãn $\cot x = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 4 \sin x}$

Lời giải

Trả lời: 8,65

Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{\sin^2 x} - \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 4 \sin x} = 3(1 + \cot^2 x) - \frac{1 - 2 \cot x}{\cot x + 4} \\ &= 3 \left(1 + \left(\frac{4}{3} \right)^2 \right) - \frac{1 - 2 \left(\frac{4}{3} \right)}{\frac{4}{3} + 4} = \frac{415}{48} \end{aligned}$$

Câu 2: Biết $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = 4 \sin^2 \alpha + 8 \tan^2 \alpha$ là:

Lời giải

Trả lời: 27

$$\text{Ta có } P = 4 \sin^2 \alpha + 8 \tan^2 \alpha = 4(1 - \cos^2 \alpha) + 8 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right)$$

$$P = 4 \left(1 - \frac{1}{4} \right) + 8(4 - 1) = 3 + 24 = 27$$

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a}$ khi $\tan a = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,83

$$C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a} = \frac{\tan a (1 + \tan^2 a) + 5(1 + \tan^2 a)}{\tan^3 a - 2} = \frac{35}{6}.$$

Câu 4: Giả sử $\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x} = \tan^n x$. Khi đó n có giá trị là

Lời giải

Trả lời: 6

$$\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right)}{\cos^2 x \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right)} = \frac{\sin^2 x \left(\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \right)}{\cos^2 x \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} \right)} = \frac{\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^4 x}{\sin^2 x}} = \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} = \tan^6 x$$

Vậy $n = 6$.

Câu 5: Tính giá trị của biểu thức $\sin^2 a \cdot \tan^2 a + 4 \sin^2 a - \tan^2 a + 3 \cos^2 a$

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có

$$\begin{aligned} \sin^2 a \cdot \tan^2 a + 4 \sin^2 a - \tan^2 a + 3 \cos^2 a &= \sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right) + 4 \sin^2 a - \tan^2 a + 3 \cos^2 a \\ &= \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} - \sin^2 a + 4 \sin^2 a - \tan^2 a + 3 \cos^2 a = 3 \sin^2 a + 3 \cos^2 a = 3. \end{aligned}$$

Câu 6: Cho A, B, C là ba góc trong tam giác ABC . Tính giá trị của biểu thức sau:

$$P = \cos^2\left(180^\circ - \frac{B}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{180^\circ + A + C}{2}\right) + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{A + C}{2}$$

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có:

$$A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow A + C = 180^\circ - B \Rightarrow \cos\left(\frac{180^\circ + A + C}{2}\right) = \cos\left(\frac{180^\circ + 180^\circ - B}{2}\right) = \cos\left(180^\circ - \frac{B}{2}\right)$$

$$\frac{A + B + C}{2} = 90^\circ \Rightarrow \frac{A + C}{2} = 90^\circ - \frac{B}{2} \Rightarrow \tan \frac{A + C}{2} = \tan\left(90^\circ - \frac{B}{2}\right) = \cot \frac{B}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } P = \cos^2\left(180^\circ - \frac{B}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{180^\circ + A + C}{2}\right) + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{A + C}{2}$$

$$= \cos^2\left(180^\circ - \frac{B}{2}\right) - \cos^2\left(180^\circ - \frac{B}{2}\right) + \tan \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} = 1.$$

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

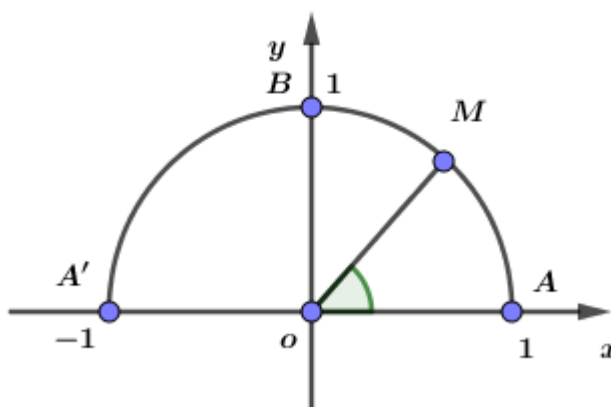
III

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁCBÀI. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180°

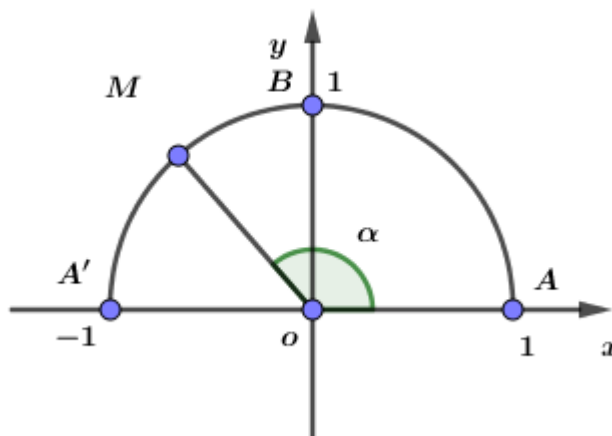
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\cos \alpha > 0$.B. $\cos \alpha < 0$.C. $\cos \alpha = 0$.D. $\cos \alpha = -1$.

Câu 2: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\sin \alpha > 0$.B. $\sin \alpha < 0$.C. $\sin \alpha = 0$.D. $\sin \alpha = 1$.

Câu 3: Cho điểm $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Gọi góc $\alpha = \widehat{xOM'}$ với M' là điểm đối xứng với M qua trục Oy . Giá trị lượng giác của $\tan \alpha$ là

A. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.B. $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$.C. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$.D. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

- Câu 4:** Cho điểm $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Gọi góc $\alpha = \widehat{xOM'}$ với M' là điểm đối xứng với M qua trục Oy . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\cos \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\cot \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0$.
- Câu 5:** Rút gọn biểu thức $S = \cos(90^\circ - x)\sin(180^\circ - x) - \sin(90^\circ - x)\cos(180^\circ - x)$ ta được
A. $S = 0$. **B.** $S = \sin^2 x - \cos^2 x$. **C.** $S = 2 \sin x \cos x$. **D.** $S = 1$.
- Câu 6:** Tính $A = \sin(180^\circ - x) + \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x)$.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.
- Câu 7:** Tính $M = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.
A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 8:** Tính $A = \cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ + \dots + \cos 150^\circ + \cos 170^\circ$.
A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.
- Câu 9:** Tính $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ + \cos^2 105^\circ + \cos^2 165^\circ$.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.
- Câu 10:** Cho $A = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x}$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$). Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. $A = \tan^4 x$. **B.** $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$. **C.** $A = \cot^4 x$. **D.** $A = \cot^2 x$.
- Câu 11:** Cho $\sin x + \cos x = \frac{3}{4}$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$). Biểu thức $B = |\sin x - \cos x|$ bằng
A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{23}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{23}}{4}$. **D.** $\frac{9}{16}$.
- Câu 12:** Cho $D = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. $D = 0$. **B.** $D = 8$. **C.** $D = 2022$. **D.** $D = 18$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
- a) Điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ thì M có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.
- b) Giá trị $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- c) Giá trị $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$.
- d) Giá trị $\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$.

Câu 2: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\sin(180^\circ - \alpha) < 0$.

b) Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 2$.

d) Giá trị $\frac{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 7$.

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos(180^\circ - \alpha) < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) $\cot^2 \alpha = 8$.

d) $\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = 4$.

Câu 4: Cho $\tan a - \cot a = 3$.

a) $A = \tan^2 a + \cot^2 a = 11$.

b) $B = \tan a + \cot a = \sqrt{13}$.

c) $C = \tan^4 a - \cot^4 a = \pm 33\sqrt{13}$.

d) $D = \tan^6 a - \cot^6 a = 36$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$, tìm giá trị của biểu thức: $P = 1 - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$

Câu 2: Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$. Tính giá trị biểu thức $P = 2 \cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = \sin \alpha - 2 \cos \alpha$ là

Câu 4: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\tan x = 3$, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1}$ là
(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a}$ khi $\tan a = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

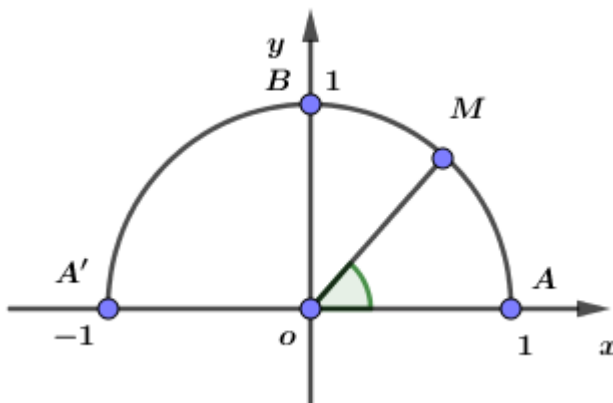
Câu 6: Cho tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = \sin A \cdot \cos(B + C) + \cos A \cdot \sin(B + C)$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.

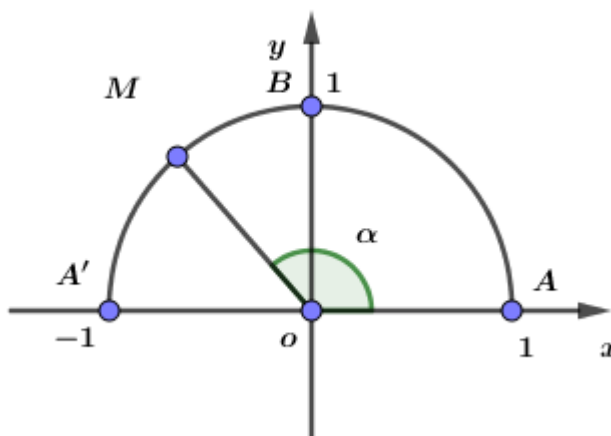


- A.** $\cos \alpha > 0$. **B.** $\cos \alpha < 0$. **C.** $\cos \alpha = 0$. **D.** $\cos \alpha = -1$.

Lời giải

+) Chiếu điểm M lên trục $ox \Rightarrow \cos \alpha > 0$.

Câu 2: Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ như hình bên. Tìm mệnh đề đúng.



- A.** $\sin \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha < 0$. **C.** $\sin \alpha = 0$. **D.** $\sin \alpha = 1$.

Lời giải

+) Chiếu điểm M lên trục $oy \Rightarrow \sin \alpha > 0$.

Câu 3: Cho điểm $M\left(-\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Gọi góc $\alpha = \widehat{xOM'}$ với M' là điểm đối xứng với M qua trục Oy . Giá trị lượng giác của $\tan \alpha$ là

- A.** $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. **B.** $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$. **C.** $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. **D.** $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

$$\text{Theo bài} \Rightarrow M'\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{3} \\ \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 4: Cho điểm $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Gọi góc $\alpha = \widehat{xOM'}$ với M' là điểm đối xứng với M qua trục Oy . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0$.

Lời giải

$$\text{Theo bài} \Rightarrow M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0 \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0.$$

Câu 5: Rút gọn biểu thức $S = \cos(90^\circ - x)\sin(180^\circ - x) - \sin(90^\circ - x)\cos(180^\circ - x)$ ta được

- A. $S = 0$. B. $S = \sin^2 x - \cos^2 x$. C. $S = 2 \sin x \cos x$. D. $S = 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned} S &= \cos(90^\circ - x)\sin(180^\circ - x) - \sin(90^\circ - x)\cos(180^\circ - x) \\ &= \sin x \cdot \sin x - \cos x(-\cos x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 6: Tính $A = \sin(180^\circ - x) + \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x)$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \sin(180^\circ - x) + \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) - \cos(90^\circ - x) \\ &= \sin x + \cos x - \cos x - \sin x \\ &= 0. \end{aligned}$$

Câu 7: Tính $M = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.

- A. 1. B. 2. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha \text{ và } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1.$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} M &= \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ \\ &= \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan(90^\circ - 2^\circ) \cdot \tan(90^\circ - 1^\circ) \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\ &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \dots 1 = 1. \end{aligned}$$

Câu 8: Tính $A = \cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ + \dots + \cos 150^\circ + \cos 170^\circ$.

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Lời giải

$$\text{Do } \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \Rightarrow \cos(180^\circ - \alpha) + \cos \alpha = 0.$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} A &= (\cos 10^\circ + \cos 170^\circ) + (\cos 30^\circ + \cos 150^\circ) + \dots + \cos 90^\circ \\ &= \cos 90^\circ \\ &= 0. \end{aligned}$$

Câu 9: Tính $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ + \cos^2 105^\circ + \cos^2 165^\circ$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

Ta có: $\cos 165^\circ = \cos(180^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$; $\cos 105^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ$.

Suy ra:

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ + \cos^2 105^\circ + \cos^2 165^\circ \\ &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ + (-\cos 75^\circ)^2 + (-\cos 15^\circ)^2 \\ &= 2(\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ) \\ &= 2(\cos^2 15^\circ + \cos^2 (90^\circ - 15^\circ)) \\ &= 2(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) \\ &= 2. \end{aligned}$$

Câu 10: Cho $A = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x}$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$). Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.** $A = \tan^4 x$. **B.** $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$. **C.** $A = \cot^4 x$. **D.** $A = \cot^2 x$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} \\ &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x(1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x(1 - \sin^2 x)} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x(1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x(1 - \sin^2 x)} = \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} = \tan^4 x \end{aligned}$$

Câu 11: Cho $\sin x + \cos x = \frac{3}{4}$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$). Biểu thức $B = |\sin x - \cos x|$ bằng

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{23}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{23}}{4}$. **D.** $\frac{9}{16}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} * \sin x + \cos x &= \frac{3}{4} \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{9}{16} \\ \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x &= \frac{9}{16} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{9}{16} \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{7}{16} \\ * B^2 &= (\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1 + \frac{7}{16} = \frac{23}{16} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{23}}{4} \end{aligned}$$

Câu 12: Cho $D = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.** $D = 0$. **B.** $D = 8$. **C.** $D = 2022$. **D.** $D = 18$.

Lời giải

Công thức áp dụng: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \Rightarrow \cos 80^\circ = \sin 10^\circ, \cos 70^\circ = \sin 20^\circ, \cos 60^\circ = \sin 30^\circ, \cos 50^\circ = \sin 40^\circ$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \Rightarrow \cos 170^\circ = -\cos 10^\circ, \cos 160^\circ = -\cos 20^\circ, \dots, \cos 100^\circ = -\cos 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } D &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ \\ &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ + \cos^2 90^\circ + \cos^2 100^\circ + \dots + \cos^2 160^\circ + \cos^2 170^\circ + \cos^2 180^\circ \\ &= \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ + \cos^2 90^\circ + \cos^2 80^\circ + \dots + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ) + \cos^2 90^\circ + 1 \\
 &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 60^\circ + \cos^2 70^\circ + \cos^2 80^\circ) + 0 + 1 \\
 &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 10^\circ) + 1 \\
 &= 2(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + 1 \\
 &= 2(1+1+1+1) + 1 = 9
 \end{aligned}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) Điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ thì M có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.

b) Giá trị $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$.

d) Giá trị $\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a.) Khẳng định đúng vì điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ có $y_M = \sin \alpha \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}$.

b.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

c.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cot \alpha < 0$.

Ta có $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}$.

d.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

Ta có $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}$.

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Vậy
$$\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$$

Câu 2: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\sin(180^\circ - \alpha) < 0$.

b) Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 2$.

d) Giá trị $\frac{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 7$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------------	---------------	---------------	---------------

a) Mệnh đề sai vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\sin \alpha > 0$, ta có $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha > 0$.

b) Mệnh đề sai

Vì vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\cos \alpha > 0$

Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Mệnh đề sai $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$ nên $\cot^2 \alpha = 4$.

d) Mệnh đề sai

Do $\cos \alpha \neq 0$ nên $\frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1} = \frac{\tan \alpha + 3}{\tan \alpha - 1} = -7$.

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

a) $\cos(180^\circ - \alpha) < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) $\cot^2 \alpha = 8$.

d) $\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = 4$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Mệnh đề sai vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0$ mà $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha > 0$

b) Mệnh đề đúng vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$.

Do đó: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Mệnh đề đúng vì $\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} - 1 = 8$.

d) Mệnh đề sai

$$\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\frac{5}{\cot \alpha} + \cot \alpha}{\frac{1}{\cot \alpha} + \cot \alpha} = \frac{5 + \cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{4 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{9 + 4}{9} = \frac{13}{9}.$$

Câu 4: Cho $\tan a - \cot a = 3$.

a) $A = \tan^2 a + \cot^2 a = 11$.

b) $B = \tan a + \cot a = \sqrt{13}$.

c) $C = \tan^4 a - \cot^4 a = \pm 33\sqrt{13}$.

d) $D = \tan^6 a - \cot^6 a = 36$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có: $\tan a - \cot a = 3 \Leftrightarrow (\tan a - \cot a)^2 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 a + \cot^2 a - 2 = 9 \Rightarrow \tan^2 a + \cot^2 a = 11$

Do đó, A đúng.

b) Theo câu a), ta có: $A = \tan^2 a + \cot^2 a = 11 \Leftrightarrow \tan^2 a + \cot^2 a + 2 \cdot \tan a \cdot \cot a = 13$

$$\Leftrightarrow (\tan a + \cot a)^2 = 13 \Rightarrow \tan a + \cot a = \pm \sqrt{13}.$$

Do đó, B sai.

c) Ta có: $C = \tan^4 a - \cot^4 a = (\tan^2 a - \cot^2 a)(\tan^2 a + \cot^2 a)$

$$= (\tan a - \cot a)(\tan a + \cot a)(\tan^2 a + \cot^2 a) = \pm 33\sqrt{13}.$$

Do đó, C đúng.

d) Ta có: $D = \tan^6 a - \cot^6 a = (\tan^2 a)^3 - (\cot^2 a)^3$
 $= (\tan a - \cot a)(\tan^2 a + \cot^2 a + \tan a \cdot \cot a) = 36$

Do đó, D đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$, tìm giá trị của biểu thức: $P = 1 - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$

Lời giải

Trả lời: 0

Vì 2 góc α và β bù nhau nên ta có: $\begin{cases} \sin \beta = \sin \alpha \\ \cos \beta = -\cos \alpha \end{cases}$

Do đó: $P = 1 - \sin \alpha \sin \alpha - \cos \alpha \cos \alpha$

$$P = 1 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$P = 1 - 1 = 0$$

Câu 2: Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$. Tính giá trị biểu thức $P = 2 \cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,63

Do $\sin \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{16} \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \end{cases}$

Vậy $P = 2 \cdot \frac{15}{16} - 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{13}{8}$.

Câu 3: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = \sin \alpha - 2 \cos \alpha$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Vì $\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

Vậy $A = \frac{4}{5} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = 2$.

Câu 4: Cho góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ và $\tan x = 3$, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1}$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,17

Ta có $A = \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 1} = \frac{\tan^2 x + 2 + (1 + \tan^2 x)}{3 \tan^2 x + 1 - (1 + \tan^2 x)} = \frac{9 + 2 + (1 + 9)}{3 \cdot 9 + 1 - (1 + 9)} = \frac{7}{6}$.

Câu 5: Tính giá trị biểu thức $C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a}$ khi $\tan a = 2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,83

$C = \frac{\sin a + 5 \cos a}{\sin^3 a - 2 \cos^3 a} = \frac{\tan a (1 + \tan^2 a) + 5 (1 + \tan^2 a)}{\tan^3 a - 2} = \frac{35}{6}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = \sin A \cdot \cos(B + C) + \cos A \cdot \sin(B + C)$

Lời giải

Trả lời: 0

Ta có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A}$

Do đó: $\cos(B + C) = \cos(180^\circ - A) = -\cos A$ và $\sin(B + C) = \sin(180^\circ - A) = \sin A$

Vậy: $P = \sin A \cdot \cos(B + C) + \cos A \cdot \sin(B + C) = -\sin A \cdot \cos A + \cos A \cdot \sin A = 0$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁCBÀI: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hình bình hành có một cạnh là 4 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 4

- A. $\sqrt{34}$. B. 6. C. $\sqrt{42}$. D. 5.

Câu 2: Tam giác ABC có $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$ và $\cot C = -2$. Tính cạnh AB

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\sqrt{26}$. C. $\sqrt{21}$. D. $\frac{9}{5}$.

Câu 3: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 10$ và $\tan(A + B) = \frac{1}{3}$.

- A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Câu 4: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 12$ và $\cot(A + B) = \frac{1}{3}$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$. C. $5\sqrt{10}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 5: Tìm chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$.

- A. 26. B. 13. C. $5\sqrt{26}$. D. $10\sqrt{6}$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = AC = 2BC = a$. Biết $R, r = \frac{1}{2}$ với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Tính a .

- A. $a = 2$. B. $a = \sqrt{2}$. C. $a = \sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$ với $b \neq c$. Khi đó, góc $\widehat{BAC}$ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 8: Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135° và độ dài cạnh BC bằng a . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9: Tam giác ABC có $\widehat{A} = 105^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$, $AC = 10$. Tính cạnh AB .

- A. $5\sqrt{6}$. B. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $10\sqrt{2}$

Câu 10: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{2}$. Tính góc $\widehat{A}$ biết $\widehat{A}$ là góc tù.

- A. 120° . B. 150° . C. 135° . D. 105° .

Câu 11: Tam giác ABC có $AB = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$ và diện tích là 80cm^2 . Tính số đo góc B của tam giác ABC .

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 75° .

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- A. a . B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $(\sqrt{2}-1)a$. D. $\frac{1}{2}a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 2$, $\widehat{A} = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm M nằm giữa B và C .

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB.AC.\cos A$.

b) $BC = \sqrt{7}$.

c) $\cos B = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

d) Độ dài AM nhỏ nhất bằng $\frac{189}{49}$.

Câu 2: Cho tam giác $\triangle ABC$ có $AC = b = 7$; $AB = c = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$.

a) góc A là góc tù.

b) $a = 4\sqrt{2}$.

c) $\sin A = -\frac{4}{5}$

d) Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A bằng $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $BC = 4$.

a) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

b) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $r = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và AB . Khi đó, $S_{ANC} < S_{AMB}$.

d) Gọi D là điểm đối xứng của N qua B . Khi đó, $\cos \widehat{NCD} = \frac{2\sqrt{115}}{23}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{C} = 30^\circ$, $BC = 3\text{ cm}$.

a) Bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC là $R = \sqrt{3}$.

b) Diện tích tam giác ABC là $\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2)$

c) $MB \perp NC$ ở đó M, N là trung điểm của AC và AB .

d) Trên tia đối của tia AC ta lấy D sao cho $BD = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$. Khi đó $\cos \widehat{ABD} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

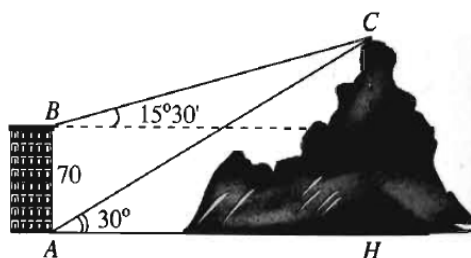
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tam giác ABC có $BC = 12$, $CA = 9$, $AB = 6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2$; $AC = 3$; $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

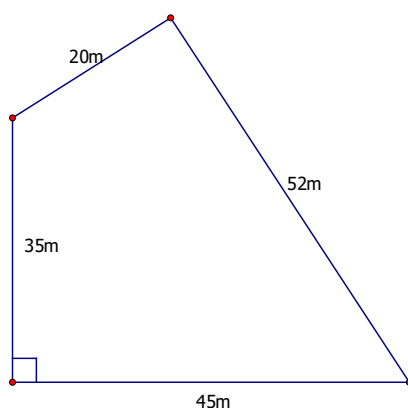
Câu 3: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$, $AD = 6$. Gọi P là trung điểm cạnh CD và Q là điểm thuộc cạnh BC sao cho $QC = 2QB$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ . (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 6: Một bác nông dân có mảnh vườn hình tứ giác có một góc vuông với kích thước 4 cạnh là 35 m , 45 m , 52 m , 20 m (như hình vẽ). Hãy tính diện tích của mảnh vườn đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hình bình hành có một cạnh là 4 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 4

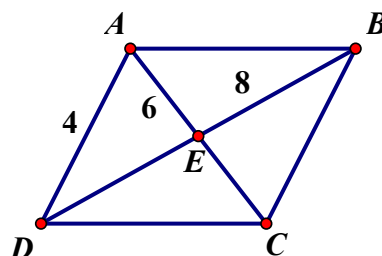
A. $\sqrt{34}$.

B. 6.

C. $\sqrt{42}$.

D. 5.

Lời giải



Gọi hình bình hành là $ABCD$. Gọi E là giao điểm hai đường chéo. Giả sử $AD = 4$. Xét $\triangle ADE$. Ta có:

$$\cos \widehat{ADE} = \frac{AD^2 + DE^2 - AE^2}{2 \cdot AD \cdot DE} = \frac{4^2 + 4^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{23}{32}$$

Xét $\triangle ABD$. Ta có:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cdot \cos \widehat{ADB} = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{23}{32} = 34 \Rightarrow AB = \sqrt{34}.$$

Câu 2: Tam giác ABC có $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$ và $\cot C = -2$. Tính cạnh AB

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\sqrt{21}$.

D. $\frac{9}{5}$.

Lời giải

Từ giả thiết $\cot C = -2$, ta suy ra C là góc tù

$$\cot C = -2 \Rightarrow \tan C = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos^2 C = \frac{1}{1 + \tan^2 C} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos C = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{3^2 + \sqrt{5}^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} = \sqrt{21}.$$

Câu 3: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 10$ và $\tan(A + B) = \frac{1}{3}$.

A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$.

B. $\frac{10}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có: $\tan(A + B) = \frac{1}{3}$ nên $\tan C = -\frac{1}{3}$.

Do đó $3 \sin C = -\cos C$, mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} = 5\sqrt{10}.$$

Câu 4: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 12$ và $\cot(A + B) = \frac{1}{3}$.

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$.

C. $5\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\cot(A + B) = \frac{1}{3}$ nên $\cot C = -\frac{1}{3}$, suy ra $3\cos C = -\sin C$.

$$\text{Mà } \sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 5: Tìm chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$.

A. 26.

B. 13.

C. $5\sqrt{26}$.

D. $10\sqrt{6}$.

Lời giải

Vì $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$ nên ta có: $2a = 3b = 4c = 24$ (do $c = AB = 6$).

Do đó: $a = 12, b = 8, c = 6$.

Chu vi tam giác ABC bằng 26.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = AC = 2BC = a$. Biết $R.r = \frac{1}{2}$ với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC . Tính a .

A. $a = 2$.

B. $a = \sqrt{2}$.

C. $a = \sqrt{5}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{5a}{4}$, diện tích tam giác ABC là

$$S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = \sqrt{\frac{5a}{4} \left(\frac{5a}{4} - a \right) \left(\frac{5a}{4} - a \right) \left(\frac{5a}{4} - \frac{a}{2} \right)} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{16}$$

$$\text{Lại có } S = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Leftrightarrow \frac{a \cdot a \cdot \frac{a}{2}}{4R} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{16} \Leftrightarrow R = \frac{2a}{\sqrt{15}}.$$

$$\text{và } S = pr \Leftrightarrow \frac{a^2 \sqrt{15}}{16} = \frac{5a}{4} \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{a \sqrt{15}}{20}.$$

$$\text{nên } R.r = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2a}{\sqrt{15}} \cdot \frac{a \sqrt{15}}{20} \Leftrightarrow a^2 = 5 \Leftrightarrow a = \sqrt{5}.$$

Vậy $a = \sqrt{5}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$ với $b \neq c$. Khi đó, góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 120° .

Lời giải

$$\text{Ta có } b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2) \Leftrightarrow b^3 - ba^2 = c^3 - ca^2 \Leftrightarrow b^3 - c^3 - a^2(b - c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b - c)(b^2 + bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc.$$

Mặt khác $\cos \widehat{BAC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$.

Câu 8: Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135° và độ dài cạnh BC bằng a . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Ta có $A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a}{2 \sin 45^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 9: Tam giác ABC có $\widehat{A} = 105^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$, $AC = 10$. Tính cạnh AB .

- A. $5\sqrt{6}$. B. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $10\sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow AB = c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{10 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 5\sqrt{2}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{2}$. Tính góc $\widehat{A}$ biết $\widehat{A}$ là góc tù.

- A. 120° . B. 150° . C. 135° . D. 105° .

Lời giải

Góc A tù, suy ra B, C đều là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{C} = 30^\circ$. (vì $\widehat{C}$ nhọn)

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{2}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{B} = 45^\circ$ (do $\widehat{B}$ nhọn).

Suy ra: $\widehat{A} = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$.

Câu 11: Tam giác ABC có $AB = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$ và diện tích là 80cm^2 . Tính số đo góc B của tam giác ABC .

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 75° .

Lời giải

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B \Rightarrow \sin B = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{AB \cdot BC} = \frac{2 \cdot 80}{16 \cdot 20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{B} = 30^\circ$

Câu 12: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- A. a . B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $(\sqrt{2}-1)a$. D. $\frac{1}{2}a$.

Lời giải

Ta có: $AB = AC = a\sqrt{2}$, $BC = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$

Nửa chu vi tam giác ABC là: $p = \frac{a\sqrt{2} + a\sqrt{2} + 2a}{2} = a + a\sqrt{2}$

Mà $S_{\Delta ABC} = p.r \Rightarrow r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{a^2}{a + a\sqrt{2}} = (\sqrt{2} - 1)a$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 2, \hat{A} = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm M nằm giữa B và C .

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB.AC.\cos A$.

b) $BC = \sqrt{7}$.

c) $\cos B = \frac{\sqrt{7}}{7}$.

d) Độ dài AM nhỏ nhất bằng $\frac{189}{49}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$, suy ra mệnh đề **Sai**.

b) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 9 + 4 - 2.3.2.\cos 60^\circ = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{9 + 7 - 4}{2.3.\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Với M tùy ý nằm giữa B và C , ta có

$$\begin{aligned} AM^2 &= AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos B = 9 + BM^2 - 2.3.BM.\frac{2\sqrt{7}}{7} \\ &= BM^2 - \frac{12\sqrt{7}}{7}BM + 9 = \left(BM - \frac{6\sqrt{7}}{7}\right)^2 + \frac{189}{49} \geq \frac{189}{49} \Rightarrow AM^2 \geq \frac{189}{49} \Rightarrow AM \geq \frac{\sqrt{189}}{7}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $BM - \frac{6\sqrt{7}}{7} = 0 \Leftrightarrow BM = \frac{6\sqrt{7}}{7}$ hay $BM = \frac{6}{7}BC$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Cho tam giác ΔABC có $AC = b = 7; AB = c = 5; \cos A = \frac{3}{5}$.

a) góc A là góc tù.

b) $a = 4\sqrt{2}$.

c) $\sin A = -\frac{4}{5}$

d) Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A bằng $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Khẳng định **SAI** vì $\cos A = \frac{3}{5} > 0 \Rightarrow A$ nhọn.

b) Khẳng định **Đúng** vì $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

c) Khẳng định **Sai** vì $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Suy ra
$$\begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases} \text{ vì } 0 \leq \hat{A} \leq 180^\circ \text{ nên } \sin A = \frac{4}{5}$$

d) Khẳng định **Đúng** vì $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$ mà

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $BC = 4$.

a) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

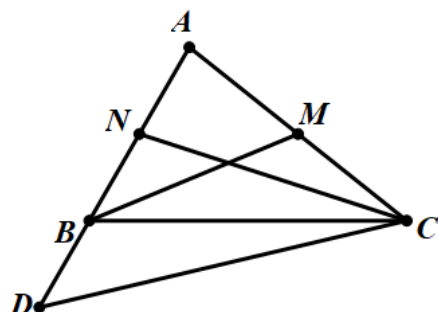
b) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $r = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và AB . Khi đó, $S_{ANC} < S_{AMB}$.

d) Gọi D là điểm đối xứng của N qua B . Khi đó, $\cos \widehat{NCD} = \frac{2\sqrt{115}}{23}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

Ta có: $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

Vậy khẳng định A **đúng**.

b) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $r = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Ta có: $S_{ABC} = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\sqrt{15}}{6} \neq \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy khẳng định B **sai**.

c) $S_{ANC} < S_{AMB}$.

$$\text{Ta có: } \frac{S_{ANC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AN \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC}}{\frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin \widehat{BAC}} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ANC} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

$$\text{Tương tự: } \frac{S_{AMB}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot AB \cdot \sin \widehat{BAC}}{\frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin \widehat{BAC}} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{AMB} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

Khi đó: $S_{ANC} = S_{AMB}$.

Vậy khẳng định C **sai**.

$$\text{d) } \cos \widehat{NCD} = \frac{2\sqrt{115}}{23}.$$

Ta có: $ND = 2NB = 2 \Rightarrow AD = 3$.

$$\text{Ta có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \Rightarrow \cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Ta có: } CD^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \Rightarrow CD = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } CN^2 = \frac{2(CA^2 + CB^2) - AB^2}{4} \Rightarrow CN = \frac{\sqrt{46}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } DN^2 = CN^2 + CD^2 - 2CN \cdot CD \cdot \cos \widehat{NCD} \Rightarrow \cos \widehat{NCD} = \frac{2\sqrt{115}}{23}.$$

Vậy khẳng định D **đúng**.

Câu 4: Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{C} = 30^\circ$, $BC = 3\text{ cm}$.

a) Bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC là $R = \sqrt{3}$.

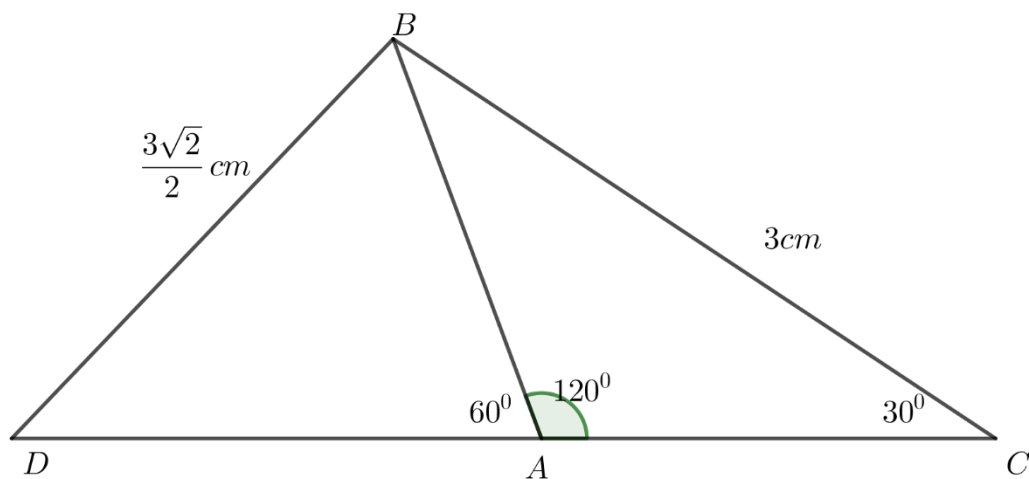
b) Diện tích tam giác ABC là $\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^2)$

c) $MB \perp NC$ ở đó M, N là trung điểm của AC và AB .

d) Trên tia đối của tia AC ta lấy D sao cho $BD = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$. Khi đó $\cos \widehat{ABD} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



+) Do tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{B} = \widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 120^\circ$.

Theo định lí Sin ta có: $R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{3}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$. Vậy A đúng.

+) Theo định lí Sin ta có: $AB = 2R \cdot \sin C = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} (cm^2)$. Vậy B sai.

+) Do tam giác ABC cân tại A nên $BM = CN$.

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta được:

$$BM^2 = CN^2 = \frac{BC^2 + AB^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{3^2 + (\sqrt{3})^2}{2} - \frac{(\sqrt{3})^2}{4} = \frac{21}{4}$$

$$\Rightarrow BM = CN = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra: $GB = GC = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{21}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

Xét tam giác GBC ta thấy: $GB^2 + GC^2 = \frac{42}{9} \neq BC^2$ nên GB không vuông góc GC . Hay C sai.

+) Xét tam giác ABD có $\widehat{DAB} = 60^\circ$.

Áp dụng định lí Cosin vào tam giác ABD có:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD}$$

$$\Leftrightarrow 3 + AD^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot AD \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2AD^2 - 2\sqrt{3} \cdot AD - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AD = \frac{\sqrt{3} + 3}{2} \text{ (t/m)} \\ AD = \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \text{ (không t/m)} \end{cases}$$

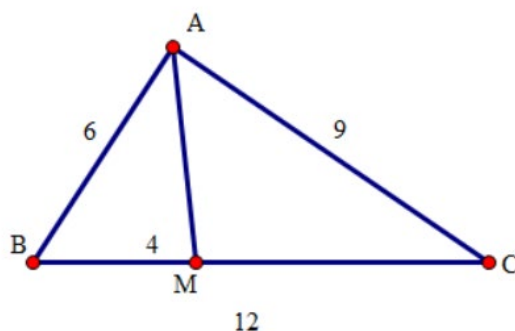
$$\text{Ta có: } \cos \widehat{ABD} = \frac{AB^2 + BD^2 - AD^2}{2 \cdot AB \cdot BD} = \frac{3 + \frac{9}{2} - \frac{6 + 3\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tam giác ABC có $BC = 12$, $CA = 9$, $AB = 6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 4,36



Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B \text{ suy ra}$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{6^2 + 12^2 - 9^2}{2 \cdot 6 \cdot 12} = \frac{11}{16}$$

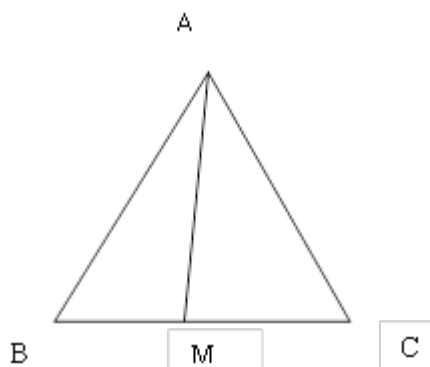
Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABM ta có

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos B \Rightarrow AM = \sqrt{6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{19} \approx 4,36.$$

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2$; $AC = 3$; $\hat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,08



Gọi M là chân đường phân giác góc A

$$\text{Ta có } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}.$$

$$\text{Lại có } \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } BM = \frac{2\sqrt{7}}{5}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos \widehat{ABC} = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{108}{25}.$$

$$\Rightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5} \approx 2,08.$$

Câu 3: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

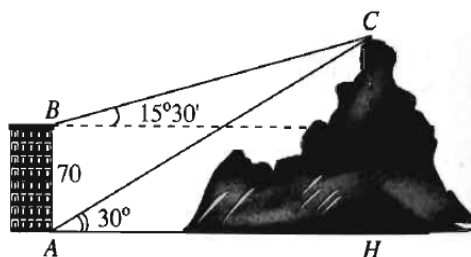
Trả lời: 72

Ta có: Sau 2h quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 30.2 = 60\text{ km}$.

Sau 2h quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40.2 = 80\text{ km}$.

Vậy: sau 2h hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1.S_2.\cos 60^\circ} = 20\sqrt{13} \approx 72$.

Câu 4: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 135

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{ABC} = 105^\circ 30'$ và $c = 70$.

$$\text{Khi đó } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'.$$

$$\text{Theo định lý sin, ta có } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ hay } \frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$$

$$\text{Do đó } AC = b = \frac{70.\sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4 \text{ m.}$$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30° nên $CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7 \text{ m}$.

Vậy ngọn núi cao khoảng 135 m.

Câu 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$, $AD = 6$. Gọi P là trung điểm cạnh CD và Q là điểm thuộc cạnh BC sao cho $QC = 2QB$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ . (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. $\frac{\sqrt{55}}{2}$.

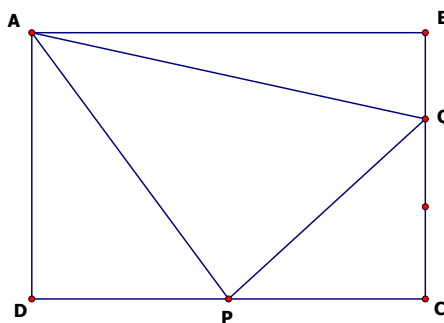
B. $\frac{\sqrt{442}}{5}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Trả lời: 4,2



Ta có: $S_{\Delta ABCD} = AB \cdot AD = 6 \cdot 8 = 48$

$$AD = 6, DP = 4 \Rightarrow S_{\Delta ADP} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$$

$$PC = 4, CQ = 4 \Rightarrow S_{\Delta PCQ} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

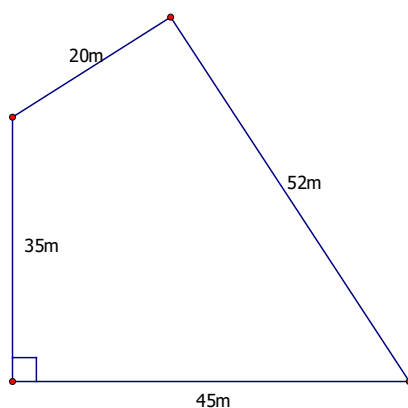
$$BQ = 2, BA = 8 \Rightarrow S_{\Delta ABQ} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = 8$$

Diện tích tam giác APQ là: $S_{\Delta APQ} = S_{\Delta ABCD} - (S_{\Delta ADP} + S_{\Delta PCQ} + S_{\Delta ABQ}) = 20$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ là:

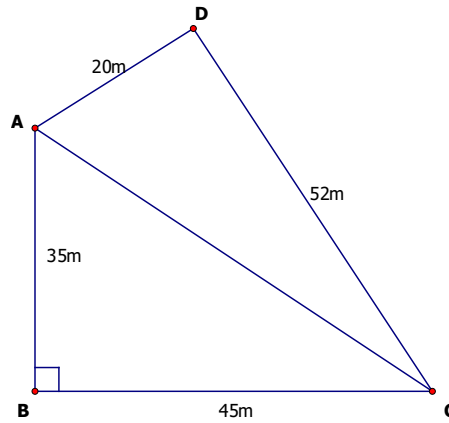
$$R = \frac{AP \cdot PQ \cdot QA}{4 \cdot S_{\Delta APQ}} = \frac{2\sqrt{13} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{17}}{4 \cdot 20} = \frac{\sqrt{442}}{5} \approx 4,2$$

Câu 6: Một bác nông dân có mảnh vườn hình tứ giác có một góc vuông với kích thước 4 cạnh là $35m, 45m, 52m, 20m$ (như hình vẽ). Hãy tính diện tích của mảnh vườn đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 1306



Gọi mảnh vườn hình tứ giác là ABCD.

Ta có: $AC = \sqrt{35^2 + 45^2} = 5\sqrt{130}$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 45 = \frac{1575}{2} (m^2)$

Nửa chu vi tam giác ADC là $p = \frac{20 + 52 + 5\sqrt{130}}{2} = \frac{72 + 5\sqrt{130}}{2}$

Diện tích tam giác ADC là: $S_{\triangle ADC} = \sqrt{p(p-20)(p-52)(p-5\sqrt{130})} \approx 518,7 (m^2)$

Vậy diện tích mảnh vườn là $S = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} \approx 1306 (m^2)$

----- HẾT -----

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁCBÀI: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có các góc $\hat{B} = 120^\circ, \hat{C} = 40^\circ$, cạnh $BC = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- A. 7cm . B. 8cm . C. 9cm . D. 10cm .

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, \hat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 10 . C. 5 . D. $10\sqrt{3}$.

Câu 3: Tính diện tích tam giác ABC biết $AB = 3, BC = 5, CA = 6$.

- A. $\sqrt{56}$. B. $\sqrt{48}$. C. 6 . D. 8 .

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng?

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 1 .

Câu 5: Cho tam giác ABC có $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác $\triangle ABC$ là?

- A. 8 . B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $8\sqrt{3}$. D. 7 .

Câu 6: Cho tam giác ABC với $BC = a, AC = b, AB = c$. Đẳng thức nào sai?

- A. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
C. $c^2 = b^2 + a^2 + 2ab \cos C$. D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$.

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là.

- A. $2\sqrt{13}$. B. $3\sqrt{12}$. C. $2\sqrt{37}$. D. $\sqrt{20}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó:

- A. $\hat{C} > 90^\circ$ B. $\hat{C} < 90^\circ$
C. $\hat{C} = 90^\circ$ D. Không thể kết luận được gì về $\hat{C}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC với $BC = 7\text{cm}, AC = 9\text{cm}, AB = 4\text{cm}$. Tính $\cos A$

- A. $\cos A = -\frac{2}{3}$. B. $\cos A = \frac{1}{2}$. C. $\cos A = \frac{1}{3}$. D. $\cos A = \frac{2}{3}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC với $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a = 2R \cos A$. B. $a = 2R \sin A$. C. $a = 2R \tan A$. D. $a = R \sin A$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 45^\circ$, cạnh $AC = 2\sqrt{2}$ cm. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $R = 1$ cm. B. $R = 2$ cm. C. $R = 4$ cm. D. $R = 3$ cm.

Câu 12: Cho tam giác ABC có góc $\hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 45^\circ$, cạnh $AB = 4$. Tính độ dài cạnh AC .

A. $2\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$, có diện tích bằng $12\sqrt{3}$, cạnh $AB = 6, \widehat{BAC} = 120^\circ$.

a) Có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{B}$.

b) Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{37}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $\frac{3\sqrt{111}}{2}$.

d) Độ dài chân đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$ có độ dài là $\frac{25}{7}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 15, AC = 20$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

a) $BC = 18$

b) $\widehat{ABC} = 75^\circ$

c) $S = 129$

d) $2R - 5r < 0$ (Với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC)

Câu 3: Cho tam giác ABC có $BC = 12(\text{cm}), AC = 15(\text{cm}), \hat{C} = 120^\circ$.

a) $AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

b) $\hat{A} = 26^\circ$.

c) Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác là $CH = 6,65(\text{cm})$.

d) Độ dài đường phân giác trong hạ từ C là CD lớn hơn $7(\text{cm})$.

(các độ dài đoạn thẳng làm tròn đến hàng phần trăm và số đo góc làm tròn đến đơn vị độ)

Câu 4: Hai tàu đánh cá xuất phát từ cảng A lúc 8h, tàu thứ nhất đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 50 km/h . Tàu thứ 2 đi theo hướng $N40^\circ E$ với vận tốc 55 km/h . Đi được 75 phút thì động cơ của tàu thứ nhất bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 7 km/h . Sau 1h30 phút kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu đó neo đậu được vào một hòn đảo.

Các mệnh đề sau đúng hay sai? (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

a) Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là 62,5 (km).

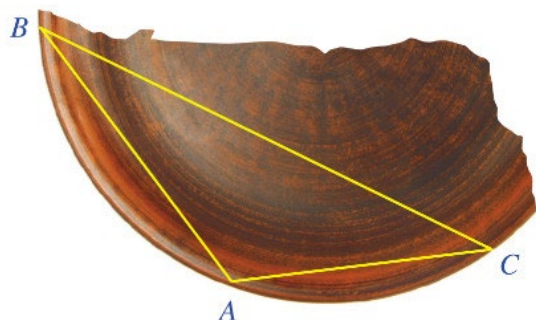
b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là 107,6 (km)

c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng $59,7$ (km)

d) Hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu thứ nhất neo đậu là $S61,5^\circ E$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

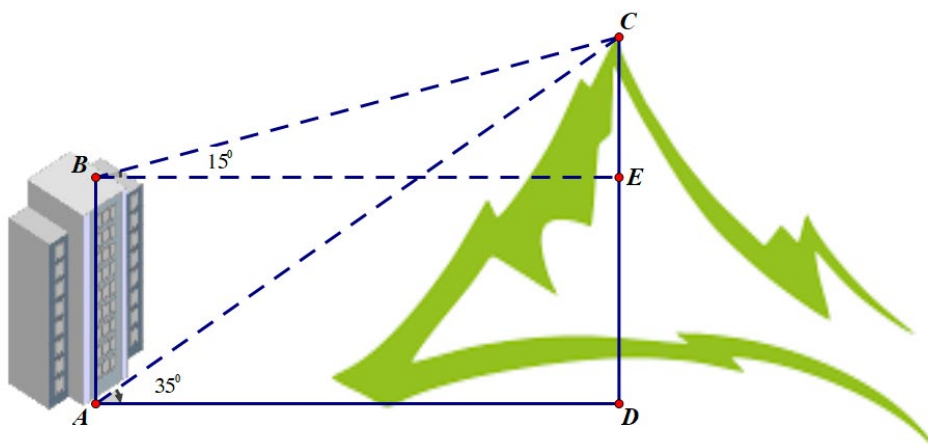
Câu 1: Để xác định bán kính của chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ một phần, các nhà khảo cổ lấy ba điểm A, B, C trên vành đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như sau: cạnh $AB \approx 9,5$ cm, $\widehat{ACB} \approx 60^\circ$. Bán kính của chiếc đĩa là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



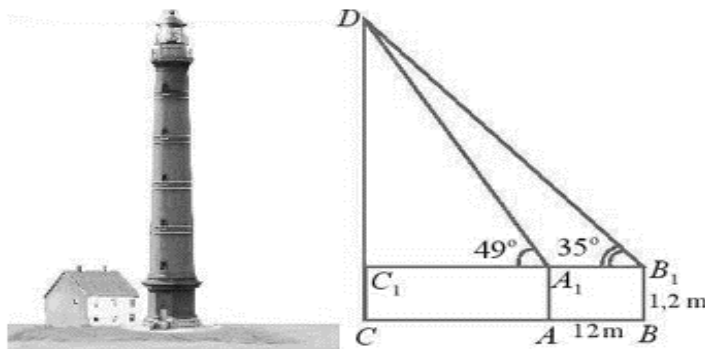
Câu 2: Gọi S là diện tích một cánh buồm hình tam giác. Biết cánh buồm đó có chiều dài một cạnh là 3,2 m và hai góc kề cạnh đó có số đo là 48° và 105° . Khi đó S bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



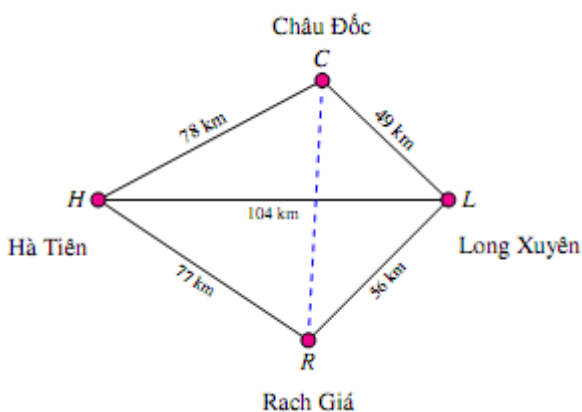
Câu 3: Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35° và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15° (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao 100 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,2m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 5: Trên bản đồ địa lý người ta thường gọi tứ giác với 4 đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên, Châu Đốc, Long Xuyên, Rạch Giá là tứ giác Long Xuyên. Dựa vào các khoảng cách đã cho trên hình vẽ, tính khoảng cách giữa Châu Đốc và Rạch Giá. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 6: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 m và 15 m. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 m. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu là bao nhiêu triệu đồng?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có các góc $\hat{B} = 120^\circ, \hat{C} = 40^\circ$, cạnh $BC = 5cm$. Tính độ dài cạnh AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- A. $7cm$. B. $8cm$. C. $9cm$. D. $10cm$.

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $\hat{A} = 180^\circ - 120^\circ - 40^\circ = 20^\circ$

Theo định lý sin ta có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AB = \frac{BC \sin C}{\sin A} = \frac{5 \cdot \sin 40}{\sin 20} \approx 9(cm)$

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4, c = 5, \hat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 10 . C. 5 . D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

Câu 3: Tính diện tích tam giác ABC biết $AB = 3, BC = 5, CA = 6$.

- A. $\sqrt{56}$. B. $\sqrt{48}$. C. 6 . D. 8 .

Lời giải

Ta có: $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{3 + 5 + 6}{2} = 7$.

Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \sqrt{7(7-3)(7-6)(7-5)} = \sqrt{56}.$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng?

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 1 .

Lời giải

Vì $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

$$\text{Do đó bán kính đường tròn nội tiếp } r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC}{\frac{1}{2}(AB + AC + BC)} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1.$$

Câu 5: Cho tam giác ABC có $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác $\triangle ABC$ là?

- A. 8 . B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $8\sqrt{3}$. D. 7 .

Lời giải

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}. \text{ Suy ra } \begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases} \text{ vì } 0 \leq \hat{A} \leq 180^\circ \text{ nên } \sin A = \frac{4}{5}.$$

Theo định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{4 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 2\sqrt{6}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$, có diện tích bằng $12\sqrt{3}$, cạnh $AB = 6$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

a) Có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{B}$.

b) Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{37}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $\frac{3\sqrt{111}}{2}$.

d) Độ dài chân đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$ có độ dài là $\frac{25}{7}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{A}$ suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{A}$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot AC = 12\sqrt{3} \Rightarrow AC = 8.$$

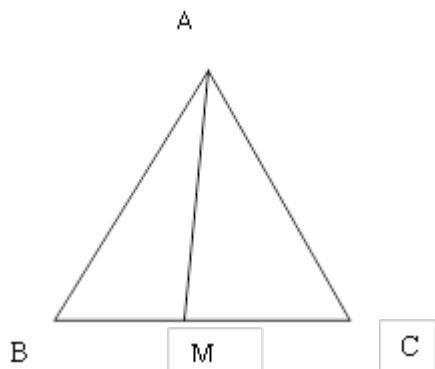
$$\Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 148$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{37} \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4 \cdot R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{ABC}} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{37}}{4 \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{111}}{3} \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

d)



Gọi M là chân đường phân giác trong góc A .

$$\text{Ta có } \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Suy ra } BM = \frac{3}{7} BC = \frac{6\sqrt{37}}{7}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \widehat{ABC} = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{576}{49}.$$

$$\Rightarrow AM = \frac{24}{7}. \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

- Câu 2:** Cho tam giác ABC có $AB=15$, $AC=20$ và $\widehat{BAC}=60^\circ$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- $BC=18$
 - $\widehat{ABC}=75^\circ$
 - $S=129$
 - $2R-5r < 0$ (Với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng**

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 60^\circ = 325$$

Do đó $BC = \sqrt{325} \approx 18$

b) **Sai**

Áp dụng định lí Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$\Leftrightarrow \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{15^2 + 18^2 - 20^2}{2 \cdot 15 \cdot 18} = \frac{149}{540}$$

Do đó $\widehat{ABC} \approx 74^\circ$

c) **Sai**

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 75\sqrt{3} \approx 130$$

d) **Đúng**

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC , ta có

$$2R = \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin \widehat{BAC}} = \frac{\sqrt{325}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \sqrt{\frac{325}{3}}$$

$$S = \frac{r(a+b+c)}{2} \Leftrightarrow r = \frac{2 \cdot S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 75\sqrt{3}}{15 + \sqrt{325} + 20} \approx 4,9$$

Nên $2R - 5r < 0$.

- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $BC=12(\text{cm})$, $AC=15(\text{cm})$, $\widehat{C}=120^\circ$.

a) $AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

b) $\widehat{A} = 26^\circ$.

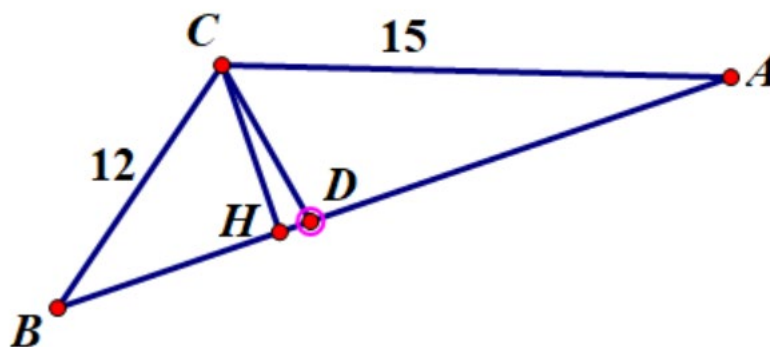
c) Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác là $CH = 6,65(\text{cm})$.

d) Độ dài đường phân giác trong hạ từ C là CD lớn hơn $7(\text{cm})$.

(các độ dài đoạn thẳng làm tròn đến hàng phần trăm và số đo góc làm tròn đến đơn vị độ)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai vì $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC.AC.\cos C$.

b) Đúng. Ta có

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC.AC.\cos C \Leftrightarrow AB^2 = 12^2 + 15^2 - 2.12.15.\cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 549 \Leftrightarrow AB = \sqrt{549} = 3\sqrt{61}.$$

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{12.\sin 120^\circ}{3\sqrt{61}} = \frac{2\sqrt{83}}{61} \Rightarrow A \approx 26^\circ$. (vì góc C tù nên góc A nhọn).

c) Đúng. Xét tam giác vuông AHC có $\sin A = \frac{CH}{CA} \Rightarrow CH = AC.\sin A \approx 6.65$.

d) Sai.

Gọi D là chân đường phân giác trong, ta có

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{CB} = \frac{5}{4} \Rightarrow AD = \frac{5}{4}BD \Rightarrow AD = \frac{5}{9}.3\sqrt{61} = \frac{5\sqrt{61}}{3}.$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ACD ta có $\frac{CD}{\sin A} = \frac{AD}{\sin 60^\circ} \Rightarrow CD = \frac{AD.\sin A}{\sin 60^\circ} \approx 6,67 < 7$.

Câu 4: Hai tàu đánh cá xuất phát từ cảng A lúc 8h, tàu thứ nhất đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 50 km/h . Tàu thứ 2 đi theo hướng $N40^\circ E$ với vận tốc 55 km/h . Đi được 75 phút thì động cơ của tàu thứ nhất bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 7 km/h . Sau 1h30 phút kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu đó neo đậu được vào một hòn đảo.

Các mệnh đề sau đúng hay sai? (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

a) Quảng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là 62,5 (km).

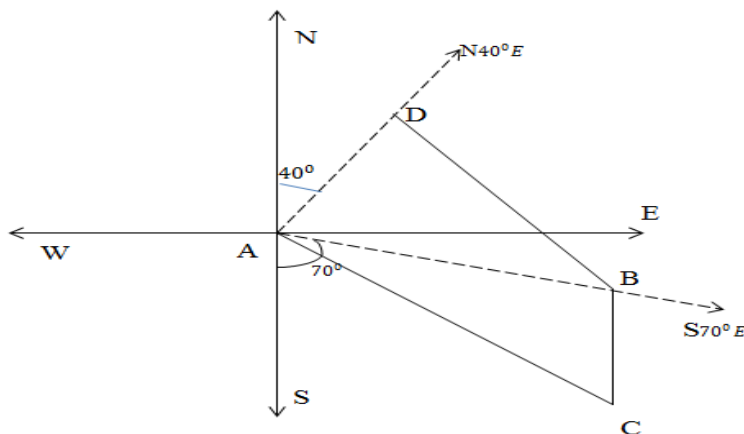
b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là 107,6 (km)

c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng $59,7$ (km)

d) Hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu thứ nhất neo đậu là $S61,5^\circ E$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Ta gọi B là nơi tàu thứ nhất bị hỏng, C là cảng neo đậu, D là vị trí của tàu thứ 2 tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng.

Đổi $75 \text{ phút} = 1,25 \text{ giờ}$

Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_1 = AB = 1,25 \cdot 50 = 62,5 \text{ (km)}$$

b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là

Quãng đường mà tàu thứ hai đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_2 = AD = 1,25 \cdot 55 = 68,75 \text{ (km)}$$

Ban đầu tàu thứ nhất di chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $\widehat{BAS} = 70^\circ$, tàu thứ 2

di chuyển theo hướng $N40^\circ E$ nên $\widehat{NAD} = 70^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = 180^\circ - (\widehat{SAB} + \widehat{DAN}) = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$$

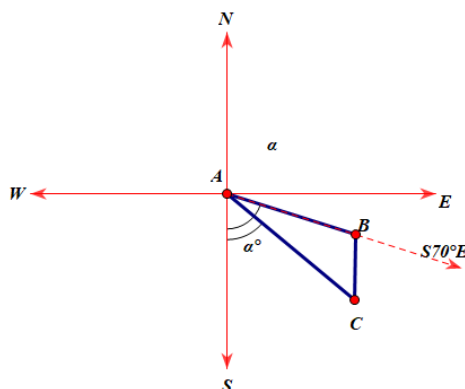
Khoảng cách giữa hai tàu bằng độ dài đoạn thẳng BD .

Áp dụng định lí côsin cho tam giác BAD ta được

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= 62,5^2 + 68,75^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 68,75 \cdot \cos 70^\circ \approx 5693,6 \end{aligned}$$

Suy ra $BD \approx \sqrt{5693,6} \approx 75,5 \text{ (km)}$.

c) Lúc 10 giờ 45 tàu thứ nhất đã đi được 2 giờ 45 phút. Tức khi đó tàu thứ nhất đã neo đậu được vào đảo C . Khi đó tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát bằng AC



Trong tam giác ABC ta có $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BAS} = 110^\circ$.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC được: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$
 $AC^2 = 62,5^2 + 10,5^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 10,5 \cdot \cos 110^\circ \approx 4465,4 \Rightarrow AC \approx 66,8$.

Lúc 10 giờ 45 tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng 66,8 km.

d) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^\circ E$ với $\alpha^\circ = \widehat{CAS}$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin B}{AC}$$

Mà $\hat{B} = 110^\circ$; $AC \approx 66,8$; $BC = 10,5$.

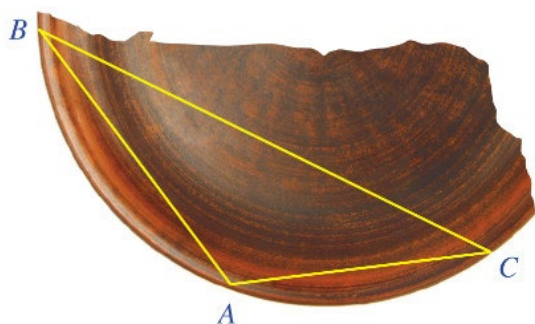
$$\Rightarrow \sin A = \frac{10,5 \cdot \sin 110^\circ}{66,8} \approx \hat{A} \approx 8,5^\circ \left(\text{do } \hat{A} < 90^\circ \right)$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 8,5^\circ = 61,5^\circ.$$

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S61,5^\circ E$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Để xác định bán kính của chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ một phần, các nhà khảo cổ lấy ba điểm A, B, C trên vành đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như sau: cạnh $AB \approx 9,5$ cm, $\widehat{ACB} \approx 60^\circ$. Bán kính của chiếc đĩa là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 5,5

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2 \sin C} \approx \frac{9,5}{2 \sin 60^\circ} \approx 5,5 \text{ (cm)}$$

Câu 2: Gọi S là diện tích một cánh buồm hình tam giác. Biết cánh buồm đó có chiều dài một cạnh là 3,2 m và hai góc kề cạnh đó có số đo là 48° và 105° . Khi đó S bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 8,1

Gọi tam giác ABC có $\widehat{A} = 48^\circ$, $\widehat{B} = 105^\circ$, $AB = 3,2$. Khi đó diện tích của tam giác ABC là diện tích của cánh buồm cần tìm.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC , ta có: $\frac{AC}{\sin \widehat{B}} = \frac{AB}{\sin \widehat{C}}$

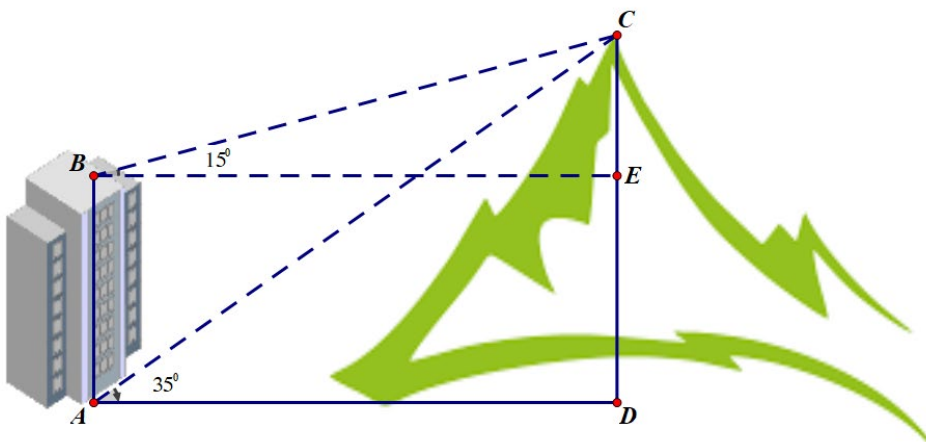
$$\text{nên: } AC = \frac{AB \cdot \sin \widehat{B}}{\sin \widehat{C}} = \frac{3,2 \cdot \sin(105^\circ)}{\sin(180^\circ - 48^\circ - 105^\circ)} = \frac{3,2 \cdot \sin(105^\circ)}{\sin(27^\circ)}.$$

Suy ra diện tích của tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin(48^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 3,2 \cdot \frac{3,2 \cdot \sin(105^\circ)}{\sin(27^\circ)} \cdot \sin(48^\circ) \approx 8,095.$$

Vậy diện tích của cánh buồm xấp xỉ là $8,095 m^2$.

Câu 3: Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35° và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15° (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao $100m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 162

Ta có: $\widehat{CBA} = \widehat{CBE} + \widehat{EBA} = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$.

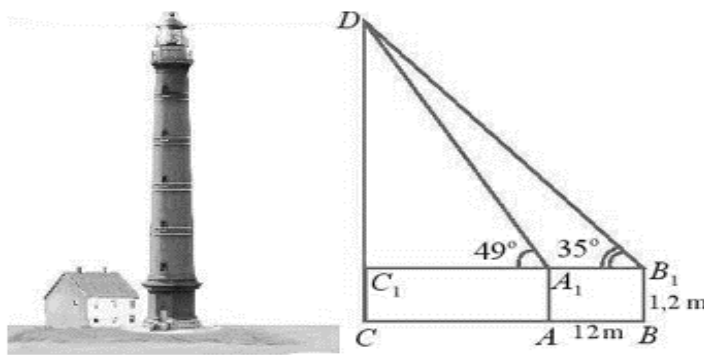
$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} - \widehat{CAD} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ \Rightarrow \widehat{BCA} = 180^\circ - (\widehat{CBA} + \widehat{BAC}) = 20^\circ.$$

Áp dụng định lý sin cho ΔCBA ta có:

$$\frac{AB}{\sin(\widehat{BCA})} = \frac{AC}{\sin(\widehat{CBA})} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin(\widehat{CBA})}{\sin(\widehat{BCA})} = \frac{100 \cdot \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 282,42(m).$$

Xét ΔCAD vuông tại D , ta có $CD = AC \cdot \sin(\widehat{CAD}) = 282,42 \cdot \sin 35^\circ \approx 162(m)$.

Câu 4: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,2m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 22,7

Ta có: $\widehat{B_1A_1D} = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ$,

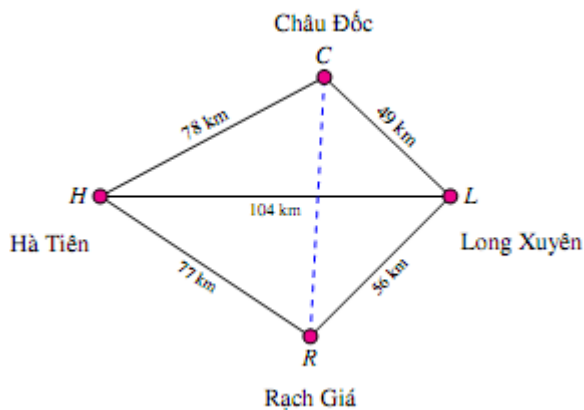
$$\widehat{A_1DB_1} = 180^\circ - 35^\circ - 131^\circ = 14^\circ.$$

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{DA_1}{\sin \widehat{A_1B_1D}} \Rightarrow DA_1 \approx 28,45(m)$.

$$\sin \widehat{DA_1C_1} = \frac{DC_1}{DA_1} \Rightarrow DC_1 \approx 21,47(m).$$

Nên $CD = CC_1 + C_1D \approx 22,67(m)$.

Câu 5: Trên bản đồ địa lý người ta thường gọi tứ giác với 4 đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên, Châu Đốc, Long Xuyên, Rạch Giá là tứ giác Long Xuyên. Dựa vào các khoảng cách đã cho trên hình vẽ, tính khoảng cách giữa Châu Đốc và Rạch Giá. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 75,7

Áp dụng định lí cosin vào tam giác CHL ta có:

$$\cos \widehat{CLH} = \frac{CL^2 + HL^2 - CH^2}{2 \cdot CL \cdot HL} = \frac{49^2 + 104^2 - 78^2}{2 \cdot 49 \cdot 104} \approx 0,6999 \Rightarrow \widehat{CLH} \approx 45^\circ 35'.$$

Tương tự trong tam giác RHL ta có: $\widehat{RLH} \approx 46^\circ 28'.$

Suy ra $\widehat{CLR} = \widehat{CLH} + \widehat{RLH} \approx 92^\circ 3'.$

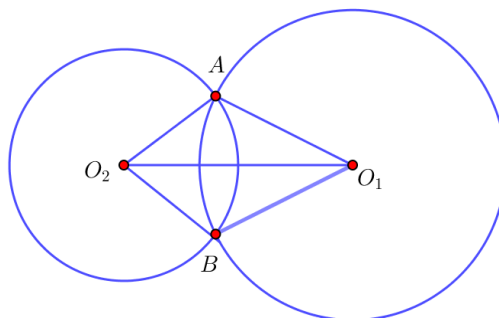
Áp dụng định lí cosin vào tam giác LCR ta có:

$$CR^2 = CL^2 + LR^2 - 2 \cdot CL \cdot LR \cdot \cos \widehat{CLR} \Rightarrow CR \approx 75,7.$$

Câu 6: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20 m và 15 m. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 m. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 208



Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của hai đường tròn bán kính 20 m và 15 m. A, B là hai giao điểm của hai đường tròn.

Ta có $O_1A = O_1B = 20$ m; $O_2A = O_2B = 15$ m; $O_1O_2 = 30$ m.

$$\cos \widehat{BO_1O_2} = \frac{O_1B^2 + O_1O_2^2 - O_2B^2}{2 \cdot O_1B \cdot O_1O_2} = \frac{43}{48} \Rightarrow \widehat{BO_1O_2} \approx 26^\circ 23'.$$

Theo tính chất hai đường tròn cắt nhau ta có O_1O_2 là tia phân giác $\widehat{AO_1B}$

$$\Rightarrow \widehat{AO_1B} = 2\widehat{BO_1O_2} = 52,77^\circ.$$

Suy ra diện tích hình quạt tròn O_1AB là $S_{O_1AB} = \pi \cdot 20^2 \cdot \frac{52,77}{360} \approx 184,2 (\text{m}^2).$

$$S_{\Delta O_1 AB} = \frac{1}{2} O_1 A \cdot O_1 B \cdot \sin \widehat{AO_1 B} \approx 159,2 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Gọi S_1 là diện tích hình giới hạn bởi dây AB và cung $\widehat{AmB}$ trong đường tròn (O_1) .

$$\Rightarrow S_1 = S_{O_1 AB} - S_{\Delta O_1 AB} = 25 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chúng minh tương tự ta được diện tích hình giới hạn bởi dây AB và cung $\widehat{AmB}$ trong đường tròn (O_2) là $S_2 \approx 35 \text{ (m}^2\text{)}.$

Suy ra diện tích phần giao nhau là $S = S_1 + S_2 = 60 \text{ (m}^2\text{)}.$

$\Rightarrow$ Chi phí làm sân khấu phần giao nhau $60.300\,000 = 18\,000\,000$ (nghìn đồng).

Tổng diện tích của hai hình tròn là $S' = \pi 20^2 + \pi 15^2 \approx 1963 \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích phần không giao nhau là $S' - S = 1903 \text{ (m}^2\text{)}.$

$\Rightarrow$ Chi phí làm sân khấu phần không giao nhau $1903.100\,000 = 190\,300\,000$ (nghìn đồng).

Số tiền làm mặt sân là $18\,000\,000 + 190\,300\,000 = 208\,300\,000$ (nghìn đồng)

≈ 208 (triệu đồng).

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁCÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 3
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

- A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 3: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2}$ và $\sin \alpha > \cos \alpha$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

Câu 4: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5}$ và $\tan \alpha < 1$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. C. $\tan \alpha = 2$. D. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cdot \cos(B+C) - \sin A \cdot \sin(B+C)$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = 2$.

Câu 6: Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?

- A. $33^\circ 34'$. B. $117^\circ 49'$. C. $28^\circ 37'$. D. $58^\circ 24'$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^\circ; BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = 4$. B. $R = 1$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $BC = 10, \widehat{BAC} = 60^\circ, \widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

- A. $\frac{20\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. C. $5\sqrt{6}$. D. $10\sqrt{6}$.

Câu 9: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 2a$ và $\cot(A+B) = 3$.

- A. $\frac{2a\sqrt{10}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. C. $2a\sqrt{10}$. D. $a\sqrt{10}$.

Câu 10: Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tìm độ dài đoạn thẳng DF .

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có diện tích S . Nếu tăng độ dài mỗi cạnh BC và AC lên hai lần đồng thời giữ nguyên độ lớn của góc C thì diện tích của tam giác mới được tạo nên là:

- A. $2S$. B. $3S$. C. $4S$. D. $5S$.

Câu 12: Tam giác ABC có góc A tù, $AB = 20$, $AC = 10$, diện tích bằng $50\sqrt{3}$. Số đo góc A bằng

- A. 60° . B. 135° . C. 120° . D. 150° .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tam giác ABC có $2\sin \hat{A} = \sin \hat{B}$; $c = 2$ và $a^2 + b^2 = 15$.

a) Độ dài cạnh AB lớn nhất

b) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{3}$

c) $\cos C = \frac{11}{12}$

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là $r = \frac{3\sqrt{69} - 2\sqrt{23}}{46}$

Câu 2: Cho tam giác ABC với $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$.

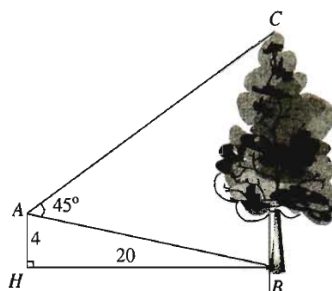
a) Tam giác ABC có diện tích $\sqrt{2}$.

b) Tam giác ABC có chiều cao $AH = 1$.

c) Tam giác ABC có góc B là góc tù.

d) Tam giác ABC có tổng độ dài bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp bằng $\frac{7\sqrt{15}}{10}$.

Câu 3: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.



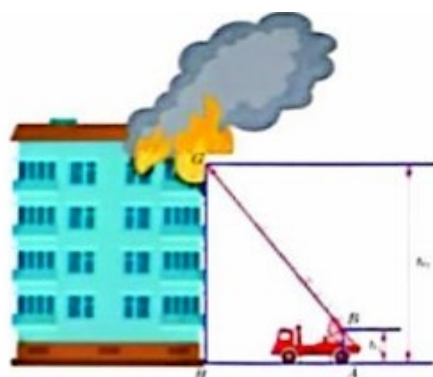
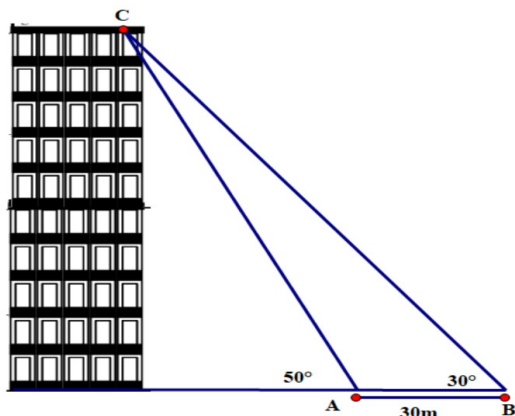
a) Độ dài đoạn $AB = 24$

b) $\tan ABH = \frac{1}{5}$

c) Số đo góc $ACB = 56^\circ 18'$

d) Độ dài đoạn $BC = \frac{52}{3}$

Câu 4: Hai người dân đứng cách nhau $30m$ cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° .

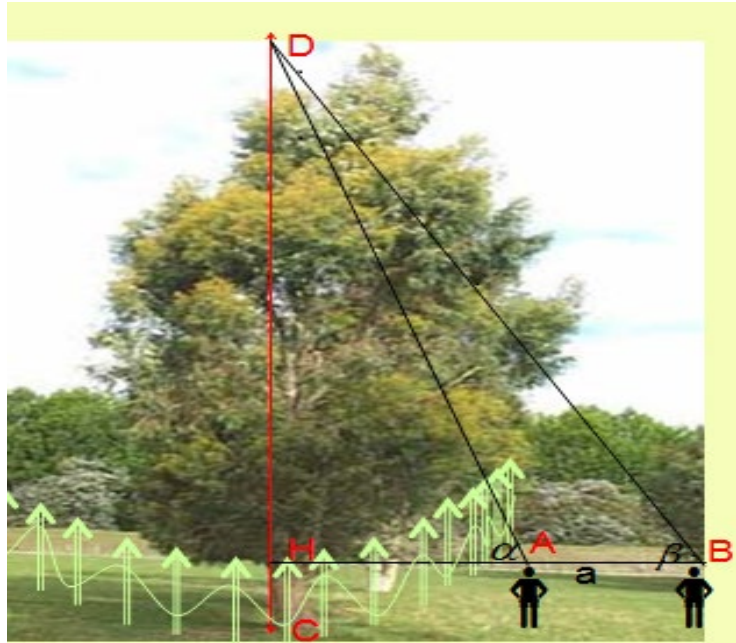


- Góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc $\widehat{ACB}$ có số đo 30° .
- Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $43,9m$.
- Chiều cao của tòa nhà là khoảng $30m$.
- Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất $1,8m$, chiều dài tối đa của thang xếp là $40m$. Để tiếp cận được đám cháy thì xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là $21,7m$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Xạ phẫu gamma knife là phương pháp điều trị u não bằng cách sử dụng bức xạ gamma tập trung, hội tụ chính xác vào tổn thương, không làm hại mô lành. Nếu khối u của bệnh nhân cách mặt da $6,3\text{ cm}$, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u 9 cm để tránh làm tổn thương mô thì góc tạo bởi chùm tia với mặt da là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị độ)?
- Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung nhỏ $\widehat{BC}$ của đường tròn tâm O . Biết $MB = 2$ và $MC = 7$, độ dài đoạn thẳng MA bằng
- Tam giác ABC có góc A nhọn, $AB = 5$, $AC = 8$, diện tích bằng 12 . Độ dài cạnh BC bằng
- Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA = 200(m)$, $CB = 180(m)$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 5: Từ hai vị trí A, B người ta quan sát một cái cây. Lấy C là điểm gốc cây, D là điểm ngọn cây. Gọi A và B là hai điểm cùng thẳng hàng với điểm H thuộc chiều cao CD của cây sao cho $AB \perp CD$ tại H . Người ta đo được $AB = 10m$, $HC = 1,7m$, $\alpha = 63^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Chiều cao CD của cây là. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6: Cho $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}.$$

$$\text{Mặt khác } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 2: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

- A. $\frac{13}{4}$.** B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 3: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2}$ và $\sin \alpha > \cos \alpha$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. **B. $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.** C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2\tan^2 \alpha - 5\tan \alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = 2 \\ \tan \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Rõ ràng trong cả 2 trường hợp ta đều có $\tan \alpha > 0$ nên $\cos \alpha > 0$, vậy giả thiết

$$\sin \alpha > \cos \alpha \Leftrightarrow \tan \alpha > 1. \text{ Từ đó ta có } \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 4: Biết α là một góc từ 0° đến 180° thỏa mãn $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5}$ và $\tan \alpha < 1$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. **B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.** C. $\tan \alpha = 2$. D. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết } \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2}{5} \text{ suy ra } \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{4}{25} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = \frac{4}{25}$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \frac{4}{25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \\ \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}.$$

Với $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, suy ra $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, ta có $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ (tm).

Với $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, suy ra $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, ta có $\tan \alpha = 2$.

Câu 5: Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cdot \cos(B+C) - \sin A \cdot \sin(B+C)$.

- A.** $P = 0$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 2$.

Lời giải

Giả sử $\hat{A} = \alpha$; $\hat{B} + \hat{C} = \beta$. Biểu thức trở thành $P = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$

Trong tam giác ABC , có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$

Do hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Nên $P = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = -1$.

Câu 6: Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?

- A.** $33^\circ 34'$. **B.** $117^\circ 49'$. **C.** $28^\circ 37'$. **D.** $58^\circ 24'$.

Lời giải

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \approx 117^\circ 49'$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^\circ$; $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A.** $R = 4$. **B.** $R = 1$. **C.** $R = 2$. **D.** $R = 3$.

Lời giải

Ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

- A.** $\frac{20\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{10\sqrt{6}}{3}$. **C.** $5\sqrt{6}$. **D.** $10\sqrt{6}$.

Lời giải

Theo định lý sin trong tam giác ta có $\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ}$

$\Rightarrow AC = \frac{10 \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$.

Câu 9: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 2a$ và $\cot(A+B) = 3$.

- A.** $\frac{2a\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $2a\sqrt{10}$. **D.** $a\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có: $\cot(A+B) = 3 \Rightarrow \cot C = -\cot(A+B) = -3$.

Suy ra $\cos C = -3 \sin C$.

Mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Theo định lý sin, ta có $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = a\sqrt{10}$.

Câu 10: Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tìm độ dài đoạn thẳng DF .

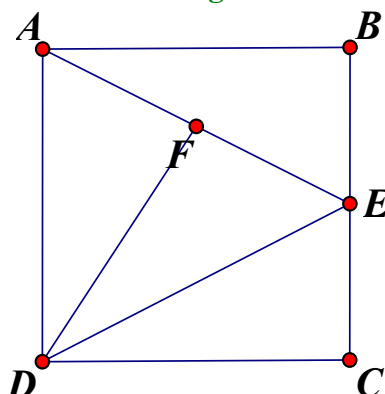
A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

B. $\frac{3a}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $AE = DE = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Dùng công thức độ dài trung tuyến:

$$DF^2 = \frac{DA^2 + DE^2}{2} - \frac{AE^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4}}{2} - \frac{5a^2}{16} = \frac{13a^2}{16}$$

Vậy độ dài đoạn thẳng $DF = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có diện tích S . Nếu tăng độ dài mỗi cạnh BC và AC lên hai lần đồng thời giữ nguyên độ lớn của góc C thì diện tích của tam giác mới được tạo nên là:

A. $2S$.

B. $3S$.

C. $4S$.

D. $5S$.

Lời giải

Ta có $S = \frac{1}{2}BC.AC.\sin C$

Khi BC , AC tăng 2 lần, ta có $S_1 = \frac{1}{2}.2BC.2AC.\sin C = 4\left(\frac{1}{2}BC.AC.\sin C\right) = 4S$.

Câu 12: Tam giác ABC có góc A tù, $AB = 20$, $AC = 10$, diện tích bằng $50\sqrt{3}$. Số đo góc A bằng

A. 60° .

B. 135° .

C. 120° .

D. 150° .

Lời giải

Ta có: $S = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB.AC} = \frac{2.50\sqrt{3}}{20.10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do góc A tù nên $A = 120^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tam giác ABC có $2\sin \hat{A} = \sin \hat{B}$; $c = 2$ và $a^2 + b^2 = 15$.

a) Độ dài cạnh AB lớn nhất

b) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{3}$

c) $\cos C = \frac{11}{12}$

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là $r = \frac{3\sqrt{69} - 2\sqrt{23}}{46}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Áp dụng định lý sin ta có $2\sin \hat{A} = \sin \hat{B} \Rightarrow 2a = b$ mà $a^2 + b^2 = 15 \Rightarrow a^2 + 4a^2 = 15 \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$

Suy ra b) đúng

$b > c > a \Rightarrow \widehat{ABC}$ là góc lớn nhất nên a) sai

Áp dụng định lý cosin ta có $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2.ab} = \frac{11}{12}$ suy ra c) đúng

Ta có $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3\sqrt{3}+2}{2}$

Diện tích tam giác $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr \Rightarrow r = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} =$

$r = \frac{3\sqrt{69} - 2\sqrt{23}}{46}$

Câu 2: Cho tam giác ABC với $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$.

a) Tam giác ABC có diện tích $\sqrt{2}$.

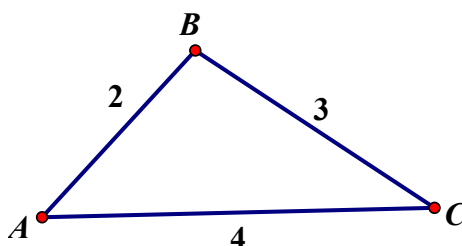
b) Tam giác ABC có chiều cao $AH = 1$.

c) Tam giác ABC có góc B là góc tù.

d) Tam giác ABC có tổng độ dài bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp bằng $\frac{7\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



+ Trong tam giác ABC có $p = \frac{2+3+4}{2} = \frac{9}{2}$ nên theo công thức Hê-rông ta có:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ nên A sai.

+ $S = \frac{1}{2}AH.BC \Leftrightarrow AH = \frac{2S}{BC} = \frac{\sqrt{15}}{2}$ nên B sai.

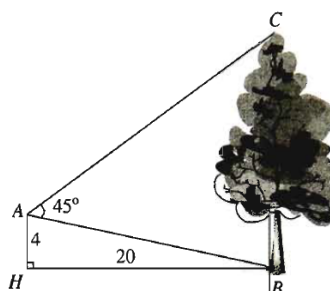
+ Theo định lý cosin, $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2.AB.BC} = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2.2.3} = -\frac{1}{4} < 0 \Rightarrow \hat{B} > 90^\circ$ nên C đúng.

+ $S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{2.3.4}{4.\frac{3\sqrt{15}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}$.

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

Vậy $R + r = \frac{8\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{15}}{6} = \frac{7\sqrt{15}}{10}$ nên **D** đúng.

Câu 3: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao. Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.



- a) Độ dài đoạn $AB = 24$
- b) $\tan ABH = \frac{1}{5}$
- c) Số đo góc $ACB = 56^\circ 18'$
- d) Độ dài đoạn $BC = \frac{52}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

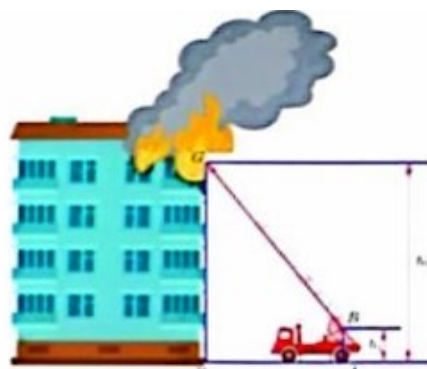
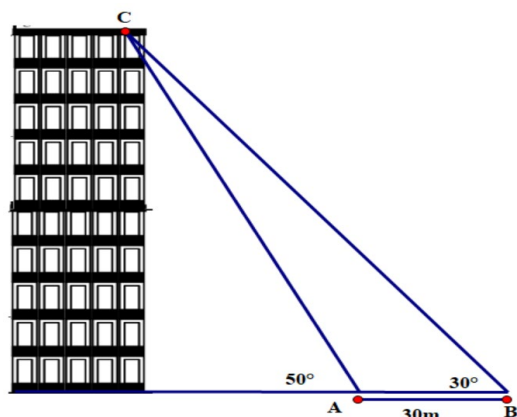
+) Độ dài $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}$

+) Xét tam giác vuông AHB : $\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

+) Góc $CBA = 90^\circ - ABH = 78^\circ 41' \Rightarrow ACB = 180^\circ - 45^\circ - CBA = 56^\circ 18'$

+) Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có $\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin ACB} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin 45^\circ}{\sin ACB} = \frac{52}{3}$

Câu 4: Hai người dân đứng cách nhau 30m cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° .

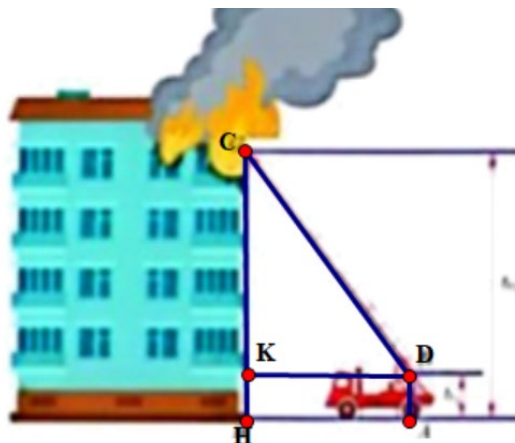
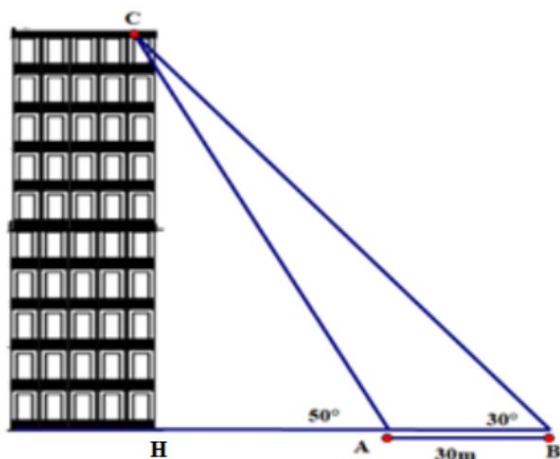


- a) Góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc $\widehat{ACB}$ có số đo 30° .
- b) Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $43,9\text{m}$.
- c) Chiều cao của tòa nhà là khoảng 30m .

d) Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất $1,8m$, chiều dài tối đa của thang xếp là $40m$. Để tiếp cận được đám cháy thì xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là $21,7m$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Xét tam giác $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$
nên $\widehat{ACB} = 180^\circ - 130^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.

b) Khi đó: áp dụng định lý Sin cho tam giác $\triangle ABC$ ta được:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{30}{\sin 20^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AC = \frac{30 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 43,9m.$$

c) Xét tam giác vuông $\triangle CHA$ vuông tại H nên $CH = AC \sin 50^\circ \approx 33,6m$.

d) Chân thang cách mặt đất $1,8m$ ta có: $CK = CH - HK = 33,6 - 1,8 = 31,8m$.

Khi đó, khoảng cách tới chân tòa nhà xa nhất có thể là:

$$KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} = \sqrt{40^2 - 31,8^2} \approx 24,3m$$

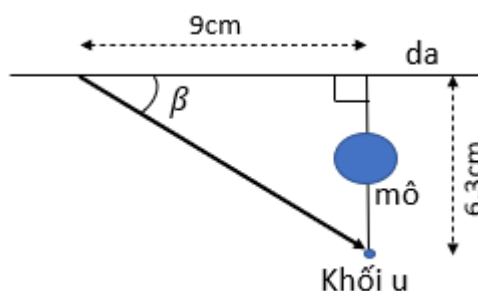
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Xạ phẫu gamma knife là phương pháp điều trị u não bằng cách sử dụng bức xạ gamma tập trung, hội tụ chính xác vào tổn thương, không làm hại mô lành. Nếu khối u của bệnh nhân cách mặt da $6,3\text{ cm}$, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u 9 cm để tránh làm tổn thương mô thì góc tạo bởi chùm tia với mặt da là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị độ)?

Lời giải

Trả lời: 35

Từ đề bài ta có hình vẽ sau:



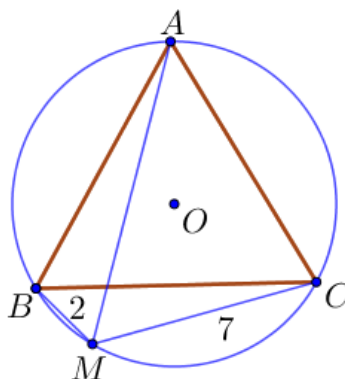
Gọi β là góc tạo bởi chùm tia với mặt da. Ta có: $\tan \beta = \frac{6,3}{9} = \frac{7}{10}$.

$\Rightarrow \beta \approx 35^\circ$.

Câu 2: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung nhỏ $\widehat{BC}$ của đường tròn tâm O . Biết $MB = 2$ và $MC = 7$, độ dài đoạn thẳng MA bằng

Lời giải

Trả lời: 9



Từ giả thiết ta được $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 60^\circ$.

Áp dụng định lý Côsin lần lượt cho hai tam giác $\triangle AMB$ và $\triangle AMC$ ta được:

$$AB^2 = MB^2 + MA^2 - 2MB \cdot MA \cdot \cos 60^\circ \text{ và } AC^2 = MC^2 + MA^2 - 2MC \cdot MA \cdot \cos 60^\circ.$$

Từ và ta được $MB^2 + MA^2 - MB \cdot MA = MA^2 + MC^2 - MA \cdot MC$.

$$\Rightarrow 2^2 - 2 \cdot MA = 7^2 - 7 \cdot MA \Leftrightarrow MA = \frac{7^2 - 2^2}{5} = 9.$$

Câu 3: Tam giác ABC có góc A nhọn, $AB = 5$, $AC = 8$, diện tích bằng 12. Độ dài cạnh BC bằng

Lời giải

Trả lời: 5

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 12}{5 \cdot 8} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Do } \sin^2 A + \cos^2 A = 1, \text{ và } A \text{ là góc nhọn, nên: } \cos A = \frac{4}{5}.$$

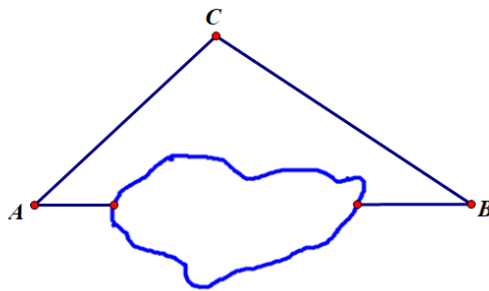
Áp dụng định lý hàm cô-sin, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{4}{5} = 25 \Rightarrow BC = 5.$$

Câu 4: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA = 200(\text{m})$, $CB = 180(\text{m})$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

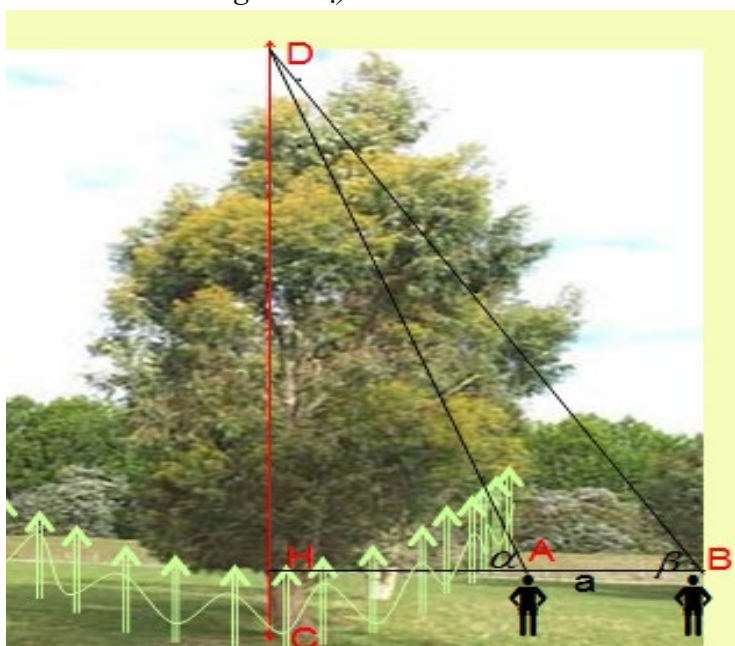
Lời giải

Trả lời: 191



Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos 60^\circ = 40000 + 32400 - 2.200.180.\frac{1}{2}$
 $= 36400 \Rightarrow AB = 20\sqrt{91}(\text{m}).$

Câu 5: Từ hai vị trí A, B người ta quan sát một cái cây. Lấy C là điểm gốc cây, D là điểm ngọn cây. Gọi A và B là hai điểm cùng thẳng hàng với điểm H thuộc chiều cao CD của cây sao cho $AB \perp CD$ tại H . Người ta đo được $AB = 10\text{m}$, $HC = 1,7\text{m}$, $\alpha = 63^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Chiều cao CD của cây là. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 27

Ta có $\alpha = 63^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 117^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} \Rightarrow BD = \frac{AB.\sin \widehat{BAD}}{\sin \widehat{ADB}}$.

Tam giác BHD vuông tại H nên có: $\sin \widehat{HBD} = \frac{HD}{BD} \Rightarrow HD = BD.\sin \widehat{HBD}$.

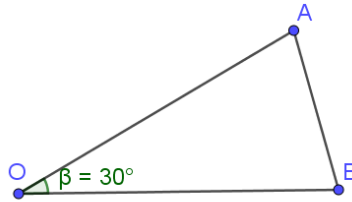
Suy ra $HD = \frac{AB.\sin \widehat{BAD}.\sin \widehat{HBD}}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{10.\sin 117^\circ.\sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 25,58\text{m}$.

Vậy chiều cao của cây là $CD = CH + HD \approx 1,7 + 25,58 = 27,28\text{m}$.

Câu 6: Cho $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4



Áp dụng định lí cosin: $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA.OB.\cos 30^\circ \Leftrightarrow 4 = OA^2 + OB^2 - 2OA.OB.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow OA^2 - \sqrt{3}.OB.OA + OB^2 - 4 = 0.$$

Coi phương trình là một phương trình bậc hai ẩn OA phải có nghiệm. Để tồn tại giá trị lớn nhất của OB thì $\Delta_{(*)} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}OB)^2 - 4(OB^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow OB^2 \leq 16 \Leftrightarrow OB \leq 4.$

Vậy $\max OB = 4.$

----- HẾT -----

CHƯƠNG

HỆ THỨC LƯỢNG
TRONG TAM GIÁCÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 3
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Cho các khẳng định sau

(I) $\tan \alpha > 0$. (II) $\cos \alpha < 0$.

(III) $\cot \alpha > 0$. (IV) $-1 < \sin \alpha < 1$.

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ$. B. $\sin 72^\circ = \cos 28^\circ$. C. $\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$. D. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$.

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $P = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Câu 4: Tam giác ABC có $AB = 5, BC = 7, CA = 8$. Số đo góc $\widehat{A}$ bằng:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 30^\circ, \widehat{C} = 55^\circ$ và cạnh $AC = 16\text{cm}$. Tính cạnh AB ?

- A. $26,2(\text{cm})$. B. $25,7(\text{cm})$. C. $27(\text{cm})$. D. $28,1(\text{cm})$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

(II) $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{R}$

(III) $r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p}$

(IV) $h_c = \frac{2S_{\triangle ABC}}{c}$

Với $AB = c, BC = a, AC = b$. R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và h_c là chiều cao tương ứng với cạnh c .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7: Tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 8: Cho tam giác ABC biết $a = 2\sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}, c = \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Số đo của góc lớn nhất của tam giác là

- A. $\widehat{A} = 135^\circ$. B. $\widehat{A} = 150^\circ$. C. $\widehat{B} = 60^\circ$. D. $\widehat{A} = 120^\circ$.

Câu 9: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$.

B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.

C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$.

D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Câu 10: Cho tam giác ABC biết $AB = 4$, $AC = 5$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Khi đó diện tích của tam giác ABC là

A. $10\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 10.

D. $5\sqrt{3}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$; $b = 8$; $c = 5$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{20\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$

B. $\frac{40\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$

C. $13 + \sqrt{129}$

D. $10\sqrt{3}$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$; $b = 12$; $c = 13$. Tính đường cao lớn nhất của tam giác ABC .

A. $\frac{13\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{13}{2}$

C. $13\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{3}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho A , B , C là ba góc của một tam giác.

a) $\cos(A + B) = -\cos C$.

b) $\sin(A + B) = \sin C$.

c) $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$

d) $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin \frac{C}{2}$

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 6$; $AC = 8$; $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Gọi D, E là các điểm thuộc cạnh BC sao cho $CD = BE = \frac{1}{4}BC$.

a) Tam giác ABC vuông cân.

b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

c) Số đo góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

d) Số đo góc $\widehat{EAD} \approx 52^\circ$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 5$, $CA = 6$. Gọi M là trung điểm của BC .

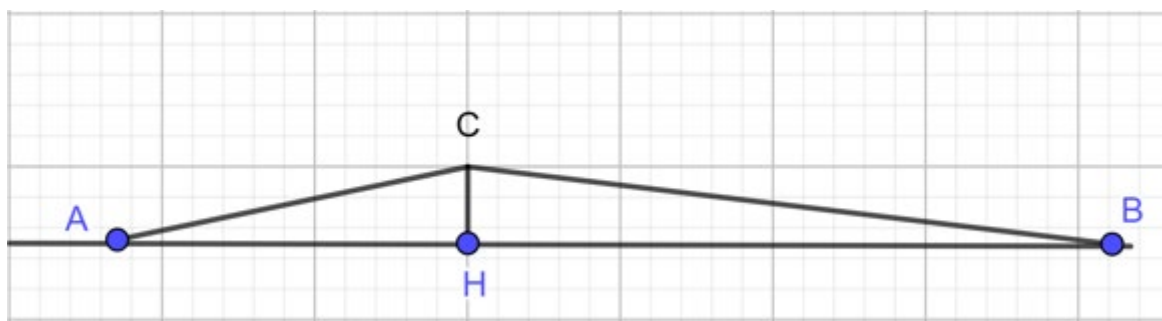
a) Trong tam giác ABC , số đo của góc B là lớn nhất.

b) Giá trị của $\cos B$ là $\frac{7}{20}$.

c) Diện tích của tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ là độ dài đường trung tuyến MA của tam giác ABC .

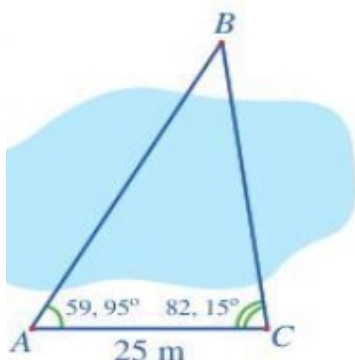
Câu 4: Lúc 7 giờ kém 5 sáng, bạn Mai đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải đi lên dốc và xuống một con dốc (hình vẽ). Cho biết đoạn lên dốc dài $300m$, $\hat{A} = 6^\circ$ $\hat{B} = 4^\circ$. Gọi C là đỉnh dốc.



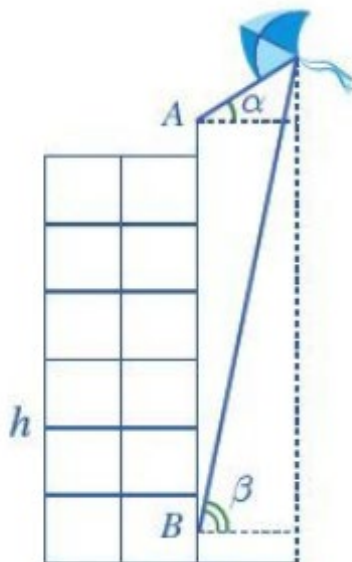
- Độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống
- Độ cao con dốc là (làm tròn đến hàng phần mười) là $31,3m$.
- Quãng đường chim bay đi từ nhà đến trường (làm tròn đến hàng đơn vị) là $749m$.
- Để kịp đến trường lúc 7h đúng, Mai đã lên dốc với vận tốc (làm tròn đến hàng đơn vị) là $6km/h$, biết Mai khi xuống dốc bạn đi tự do ko đạp xe với vận tốc không đổi là $15km/h$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

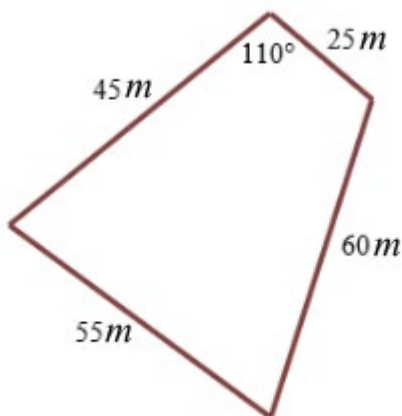
- Câu 1:** Cho tam giác ABC có $BC = 8$, $CA = 7$, $AB = 5$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 5$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ACM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 2:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4$, $BC = 6$, M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Khi đó diện tích tam giác AMN bằng
- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 3$, $BC = 4$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 4:** Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$. Biết $AC = 25m$, $\widehat{BAC} = 59^\circ 57'$, $\widehat{BCA} = 82^\circ 9'$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 5: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là $1,5m$. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là $1,5m$. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình vẽ). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 6: Ông X cần đo diện tích mảnh đất hình tứ giác, ông đi theo chu vi mảnh đất, lần lượt đo độ dài các cạnh và một góc như hình vẽ. Tính diện tích của mảnh đất đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị: m^2).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Cho các khẳng định sau

(I) $\tan \alpha > 0$. (II) $\cos \alpha < 0$.

(III) $\cot \alpha > 0$. (IV) $-1 < \sin \alpha < 1$.

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thì:

$0 < \sin \alpha < 1$, $0 < \cos \alpha < 1$, $\tan \alpha > 0$, $\cot \alpha > 0$.

Câu 2: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ$. B. $\sin 72^\circ = \cos 28^\circ$. C. $\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$. D. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$.

Lời giải

Ta có: $\sin 72^\circ = \cos 18^\circ$.

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $P = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$.

A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Lời giải

Do $10^\circ + 80^\circ = 20^\circ + 70^\circ = 30^\circ + 60^\circ = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ nên các cung lượng góc tương ứng đôi một phụ nhau. Áp dụng công thức $\sin(90^\circ - x) = \cos x$, ta được

$$P = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) \\ = 1 + 1 + 1 + 1 = 4.$$

Vậy $P = 4$.

Câu 4: Tam giác ABC có $AB = 5, BC = 7, CA = 8$. Số đo góc $\widehat{A}$ bằng:

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

$$\text{Theo định lí hàm cosin, ta có } \cos \widehat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2.5.8} = \frac{1}{2}.$$

Do đó, $\widehat{A} = 60^\circ$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 30^\circ$, $\widehat{C} = 55^\circ$ và cạnh $AC = 16\text{cm}$. Tính cạnh AB ?

A. $26,2(\text{cm})$. B. $25,7(\text{cm})$. C. $27(\text{cm})$. D. $28,1(\text{cm})$.

Lời giải

Theo định lí sin, ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{16}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin 55^\circ} \Rightarrow AB = \frac{16 \sin 55^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 26,2(\text{cm}).$$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

$$(I) S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$(II) S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{R}$$

$$(III) r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p}$$

$$(IV) h_c = \frac{2S_{\triangle ABC}}{c}$$

Với $AB = c, BC = a, AC = b$. R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và h_c là chiều cao tương ứng với cạnh c .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Vì $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}$ nên (II) sai.

Các công thức đúng là $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

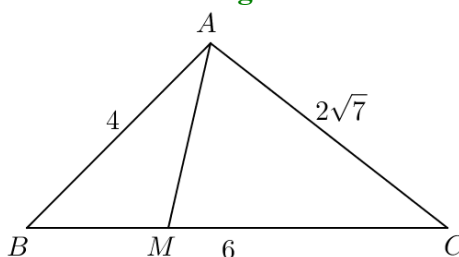
$$S_{\triangle ABC} = p.r \Rightarrow r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}c.h_c \Rightarrow h_c = \frac{2S_{\triangle ABC}}{c}$$

Câu 7: Tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, AC = 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài AM .

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.

Lời giải



Ta có: $BM = 2$ và $\cos \hat{B} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{16 + 36 - 28}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$.

Vậy $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \hat{B} = 16 + 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC biết $a = 2\sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}, c = \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Số đo của góc lớn nhất của tam giác là

- A. $\hat{A} = 135^\circ$. B. $\hat{A} = 150^\circ$. C. $\hat{B} = 60^\circ$. D. $\hat{A} = 120^\circ$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $c < b < a$ suy ra $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$ do đó góc $\hat{A}$ là góc lớn nhất.

Theo hệ quả của định lý Cô-sin ta có

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{8\sqrt{3} - 8} = -\frac{1}{2}$$

Suy ra $\hat{A} = 120^\circ$

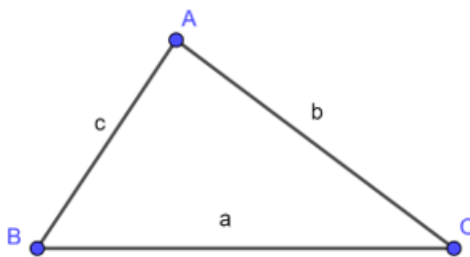
Vậy góc lớn nhất là góc A có số đo là 120° .

Câu 9: Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.

- C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Lời giải



Theo định lí sin ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$$

Ta có $b + c = 2a$

$$\Rightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 2.2R \sin A$$

$$\Rightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A$$

- Câu 10:** Cho tam giác ABC biết $AB = 4$, $AC = 5$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Khi đó diện tích của tam giác ABC là
A. $10\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 10. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác ta có:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$$

- Câu 11:** Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$; $b = 8$; $c = 5$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .
A. $\frac{20\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$ **B.** $\frac{40\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$ **C.** $13 + \sqrt{129}$ **D.** $10\sqrt{3}$

Lời giải

$$\text{Ta có } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cos 120^\circ = 129 \Rightarrow a = \sqrt{129}.$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{13 + \sqrt{129}}{2}$$

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{20\sqrt{3}}{13 + \sqrt{129}}$$

- Câu 12:** Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$; $b = 12$; $c = 13$. Tính đường cao lớn nhất của tam giác ABC .
A. $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{13}{2}$ **C.** $13\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Lời giải

Ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 12^2 + 13^2 - 2 \cdot 12 \cdot 13 \cos 60^\circ = 157 \Rightarrow a = \sqrt{157} \approx 12,5.$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \text{ là: } S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 13 \cdot \sin 60^\circ = 39\sqrt{3}.$$

$$\text{Do } S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c, \text{ mà } c > a > b \Rightarrow h_c < h_a < h_b$$

$$h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 39\sqrt{3}}{12} = \frac{13\sqrt{3}}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác.

a) $\cos(A+B) = -\cos C$.

b) $\sin(A+B) = \sin C$.

c) $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$

d) $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\sin \frac{C}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Trong tam giác ta có:

$$A+B+C=180^\circ \Leftrightarrow A+B=180^\circ-C \Leftrightarrow \cos(A+B)=\cos(180^\circ-C)=-\cos C.$$

Do đó, a) Đúng.

b) Trong tam giác ta có:

$$A+B+C=180^\circ \Leftrightarrow A+B=180^\circ-C \Leftrightarrow \sin(A+B)=\sin(180^\circ-C)=\sin C.$$

Do đó, b) Đúng.

c) Trong tam giác ta có: $A+B+C=180^\circ \Leftrightarrow A+B=180^\circ-C \Leftrightarrow \frac{A+B}{2}=90^\circ-\frac{C}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{A+B}{2} = \sin\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}.$$

Do đó, c) Đúng.

d) Trong tam giác ta có: $A+B+C=180^\circ \Leftrightarrow A+B=180^\circ-C \Leftrightarrow \frac{A+B}{2}=90^\circ-\frac{C}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{A+B}{2} = \cos\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}.$$

Do đó, d) Sai.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB=6; AC=8; \widehat{BAC}=90^\circ$. Gọi D, E là các điểm thuộc cạnh BC sao cho $CD=BE=\frac{1}{4}BC$.

a) Tam giác ABC vuông cân.

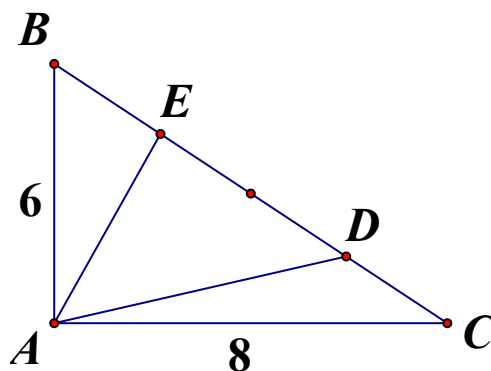
b) Độ dài cạnh $BC=10$.

c) Số đo góc $\widehat{ABC}=60^\circ$.

d) Số đo góc $\widehat{EAD} \approx 52^\circ$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------



a) Tam giác ABC vuông cân.

Ta có: $AB = 6; AC = 8 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân (sai).

b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$.

Vậy $BC = 10$ (đúng).

c) Số đo góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Xét ΔABC : $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 53^\circ$.

Vậy $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (sai).

d) Số đo góc $\widehat{EAD} \approx 52^\circ$.

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$.

Vì $CD = BE = \frac{1}{4}BC \Rightarrow CD = BE = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = 5$.

Vì ΔABC vuông tại A suy ra $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$; $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$.

Áp dụng định lí cô sin cho ΔABE và ΔACD có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos \widehat{ABE} = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{97}{4} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{97}}{2}.$$

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos \widehat{ACD} = 8^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 8 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{153}{4} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{153}}{2}.$$

$$\cos \widehat{DAE} = \frac{AD^2 + AE^2 - DE^2}{2 \cdot AD \cdot AE} = \frac{\frac{153}{4} + \frac{97}{4} - 5^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{153}}{2} \cdot \frac{\sqrt{97}}{2}} \approx 0.6156 \Rightarrow \widehat{DAE} \approx 52^\circ.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 5$, $CA = 6$. Gọi M là trung điểm của BC .

a) Trong tam giác ABC , số đo của góc B là lớn nhất.

b) Giá trị của $\cos B$ là $\frac{7}{20}$.

c) Diện tích của tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ là độ dài đường trung tuyến MA của tam giác ABC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Vì cạnh $CA = 6$ là lớn nhất trong 3 cạnh của tam giác ABC .

b) Sai.

Áp dụng hệ quả định lý cô-sin ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c} = \frac{5^2 + 2^2 - 6^2}{2.5.2} = -\frac{7}{20}$.

c) Đúng

Ta có: $p = \frac{2+5+6}{2} = \frac{13}{2}$.

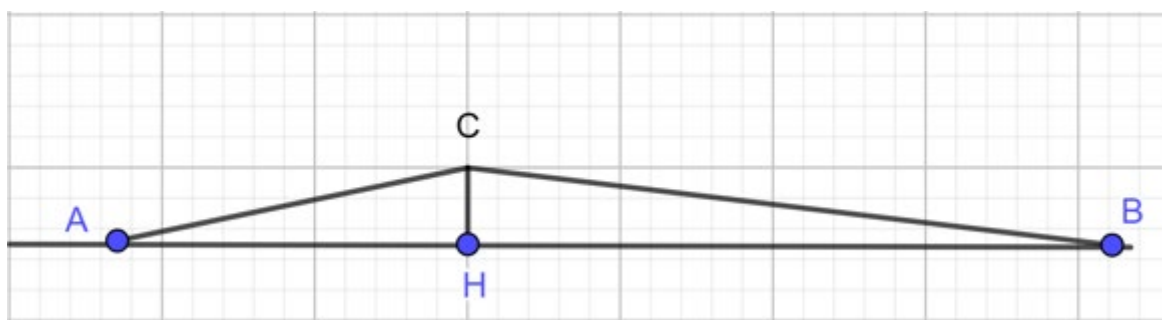
Áp dụng công thức hê – rông ta có: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) Đúng

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có:

$$MA = \sqrt{\frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{2^2 + 6^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Câu 4: Lúc 7 giờ kém 5 sáng, bạn Mai đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải đi lên dốc và xuống một con dốc (hình vẽ). Cho biết đoạn lên dốc dài $300m$, $\hat{A} = 6^\circ$ $\hat{B} = 4^\circ$. Gọi C là đỉnh dốc.



a) Độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống

b) Độ cao con dốc là (làm tròn đến hàng phần mười) là $31,3m$.

c) Quãng đường chim bay đi từ nhà đến trường (làm tròn đến hàng đơn vị) là $749m$.

d) Để kịp đến trường lúc 7h đúng, Mai đã lên dốc với vận tốc (làm tròn đến hàng đơn vị) là $6km/h$, biết Mai khi xuống dốc bạn đi tự do ko đạp xe với vận tốc không đổi là $15km/h$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

*) Do $\hat{A} > \hat{B}$ nên độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống. **Mệnh đề A đúng**

*) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACH :

Độ cao con dốc là $CH = AC.\sin \hat{A} = 300.\sin 6^\circ \approx 31,4(m)$. **Mệnh đề B sai**

*) Xét tam giác ABC có $\widehat{ACB} = 180^\circ - 4^\circ - 6^\circ = 170^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{AC.\sin C}{\sin B} \approx 747(m)$. **Mệnh đề C sai.**

*) Sử dụng định lý sin ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow BC = \frac{AC.\sin A}{\sin B} \approx 449,5(m)$

Thời gian bạn Mai đi từ nhà tới trường:

$$\frac{5}{60} = \frac{1}{12} = \frac{AC}{v_{AC}} + \frac{BC}{15} \Rightarrow v_{AC} = AC : \left(\frac{1}{12} - \frac{BC}{15} \right) = 0,3 : \left(\frac{1}{12} - \frac{0,3 \cdot \sin 6^\circ}{15 \cdot \sin 4^\circ} \right) \approx 6 (\text{km/h}).$$

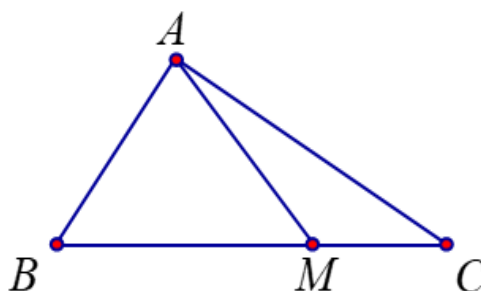
Vậy mệnh đề D đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $BC = 8$, $CA = 7$, $AB = 5$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 5$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ACM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,87



Xét tam giác ABC có: $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ$.

Xét tam giác ABM có: $AB = BM = 5$; $\widehat{ABM} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABM$ là tam giác đều.
 $\Rightarrow AM = 5$, $\widehat{AMC} = 120^\circ$.

Xét tam giác ACM có: $S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AM \cdot MC \cdot \sin \widehat{AMC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}$

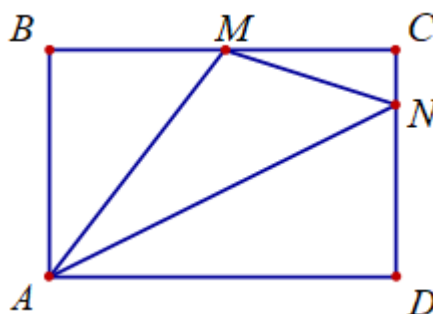
Mặt khác $S_{\triangle AMC} = p \cdot r = \frac{5 + 3 + 7}{2} \cdot r = \frac{15}{2} \cdot r$

Suy ra: $\frac{15}{2} r = \frac{15\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4$, $BC = 6$, M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Khi đó diện tích tam giác AMN bằng

Lời giải

Trả lời: 7,5



Cách 1:

Ta có $MC = 3$, $NC = 1$; $BM = 3$; $ND = 3$.

$$S_{\triangle AMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABM} - S_{\triangle MCN} - S_{\triangle ADN} = 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{15}{2}$$

Cách 2:

Ta có $MC = 3, NC = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{10}$

$BM = 3, AB = 4 \Rightarrow AM = 5$

$AD = 6, ND = 3 \Rightarrow AN = \sqrt{45}$

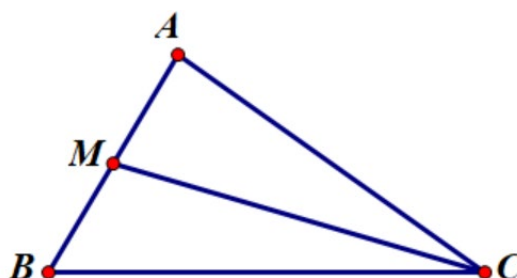
$$p = \frac{AM + AN + MN}{2} = \frac{\sqrt{10} + 5 + \sqrt{45}}{2}$$

$$S_{\Delta AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-AN)(p-MN)} = \frac{15}{2}$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3, BC = 4$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,33



Xét tam giác ABC có:

$$CM^2 = \frac{BC^2 + AC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{23}{2} \Rightarrow CM = \sqrt{\frac{23}{2}}.$$

Xét tam giác MBC có: $\cos B = \frac{BM^2 + BC^2 - CM^2}{2BM \cdot BC} = \frac{1+16-\frac{23}{2}}{2 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{11}{16}$

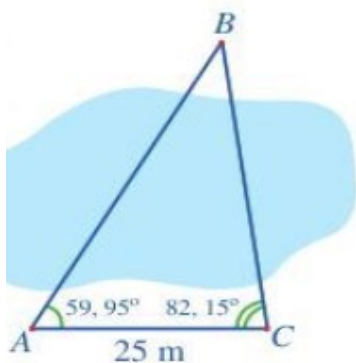
$$\cos B = \frac{BM^2 + BC^2 - CM^2}{2BM \cdot BC} = \frac{1+16-\frac{23}{2}}{2 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{11}{16}$$

$$\Rightarrow \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{3\sqrt{15}}{16} \text{ (do } \sin B > 0 \text{)}$$

Xét tam giác BMC , ta có $\frac{MC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{MC}{2 \sin B} = \frac{\sqrt{\frac{23}{2}}}{\frac{3\sqrt{15}}{8}} = \frac{4\sqrt{690}}{45}$

Vậy bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM là $R = \frac{4\sqrt{690}}{45}$

Câu 4: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo $\widehat{BAC}, \widehat{BCA}$. Biết $AC = 25m, \widehat{BAC} = 59^\circ 57', \widehat{BCA} = 82^\circ 9'$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Trả lời: 29

Xét tam giác ABC , ta có: $\widehat{BAC} = 59^\circ 57'$; $\widehat{BCA} = 82^\circ 9'$.

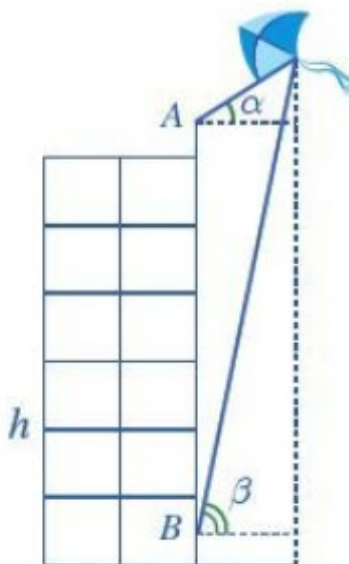
$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - 59^\circ 57' - 82^\circ 9' = 37^\circ 54'.$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$

$$\Rightarrow AB = \frac{AC \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{25 \cdot \sin 82^\circ 9'}{\sin 37^\circ 54'} \approx 29(m).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là $29m$.

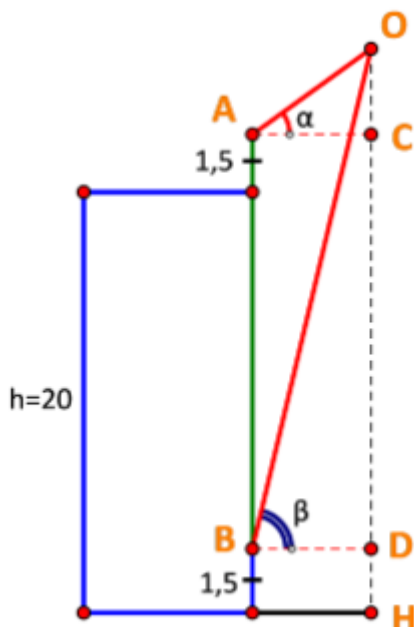
Câu 5: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là $1,5m$. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là $1,5m$. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình vẽ). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Trả lời: 26

Gọi các điểm:



O là vị trí của chiếc điều.

H là hình chiếu vuông góc của chiếc điều trên mặt đất.

C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên OH .

Đặt $OC = x$, suy ra $OH = x + 20 + 1,5 = x + 21,5(m)$.

Xét tam giác OAC , ta có: $\tan \alpha = \frac{OC}{AC} \Rightarrow AC = \frac{OC}{\tan \alpha} = \frac{x}{\tan 35^\circ}$.

Xét tam giác OBD , ta có: $\tan \beta = \frac{OD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{OD}{\tan \beta} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ}$.

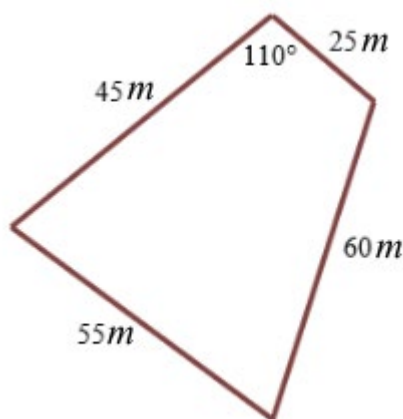
Mà: $AC = BD \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ}$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 75^\circ = (x + 20) \cdot \tan 35^\circ \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 35^\circ} \approx 4,6(m)$.

Suy ra $OH = 26(m)$.

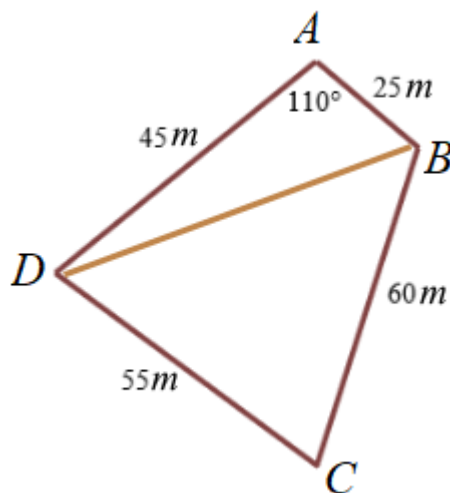
Vậy chiếc điều bay cao 26 m so với mặt đất.

Câu 6: Ông X cần đo diện tích mảnh đất hình tứ giác, ông đi theo chu vi mảnh đất, lần lượt đo độ dài các cạnh và một góc như hình vẽ. Tính diện tích của mảnh đất đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị: m^2).



Lời giải

Trả lời: 1971



Gọi mảnh đất cần tính diện tích là $ABCD$.

Áp dụng định lí Côsin vào tam giác ABD ta có:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - AB \cdot AD \cos A} \approx 58,48 \text{ m}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABD \text{ là: } S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \approx 528,58 \text{ m}^2.$$

$$\text{Nửa chu vi tam giác } BCD \text{ là: } p = \frac{BC + BD + CD}{2} \approx 86,74 \text{ m}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } BCD \text{ là: } S_{BCD} = \sqrt{p(p - BC)(p - BD)(p - CD)} \approx 1442,38 \text{ m}^2.$$

Vậy diện tích mảnh đất của ông X xấp xỉ 1971 m^2 .

----- HẾT -----