

Họ và tên học sinh:

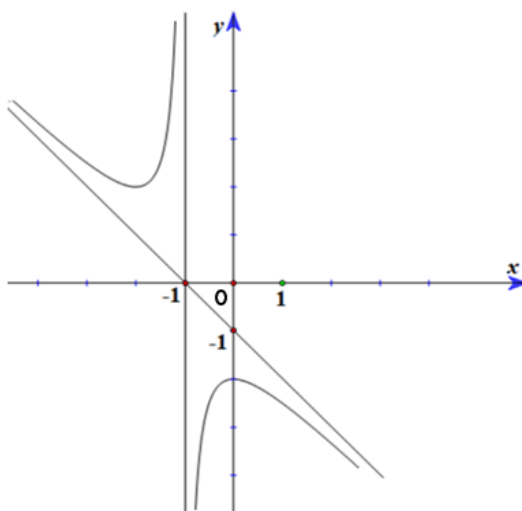
Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh nam và 10 học sinh nữ để một học sinh làm tổ trưởng và một học sinh làm tổ phó?

- A. $C_8^1.C_{10}^1$. B. $18!$. C. C_{18}^2 . D. A_{18}^2 .

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = x + 1$. B. $y = -x - 1$. C. $x = -1$. D. $y = x - 1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 2; -1)$, $B(3; 1; -2)$, $C(4; -2; 1)$ và $D'(2; 1; 5)$. Tọa độ của điểm A' là

- A. $(1; 0; -4)$. B. $(1; 4; 2)$. C. $(-3; 6; 4)$. D. $(4; 0; 4)$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = 4$. B. $q = \frac{1}{4}$. C. $q = 2$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ là

- A. $(-2; 4; 2)$. B. $(1; -2; -1)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(2; -4; -2)$.

Câu 6. Biết $\int_{-1}^3 f(x)dx = -2$ và $\int_{-1}^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua $M(1; 3; -2)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2(x+1) - (y+3) + 3(z-2) = 0$. B. $2(x-1) - (y-3) + 3(z+2) = 0$.

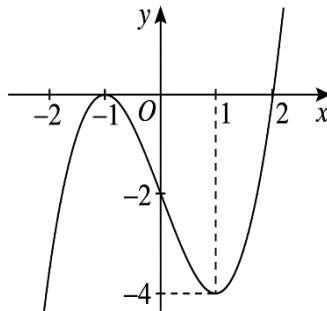
- C. $(x+2) + 3(y-1) - 2(z+3) = 0$. D. $(x-2) + 3(y+1) - 2(z-3) = 0$.

- Câu 8.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin x$ là
A. $\cos x + C$. **B.** $-\sin x + C$. **C.** $\sin x + C$. **D.** $-\cos x + C$.
- Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 9$ là
A. $(-\infty; 9)$. **B.** $(0; 9)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(9; +\infty)$.
- Câu 10.** Một bác tài xế thông kê độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng (30 ngày) ở bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng
A. 3206,90. **B.** 56,63. **C.** 55,68. **D.** 55,67.

- Câu 11.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A.** 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -4.
- Câu 12.** Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 60 thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng
A. 60. **B.** 40. **C.** 180. **D.** 20.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C).

- a)** Có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: y = -5x - 3$.
b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
d) $f'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

- Câu 2.** Sói đồng cỏ Bắc Mỹ (coyote) là một loài động vật hoang dã phân bố chủ yếu ở Bắc Mỹ. Tại bang Oklahoma, Hoa Kỳ, 70% số coyote bị mắc một căn bệnh gọi là Ehrlichiosis. Người ta thực hiện xét nghiệm giúp phát hiện căn bệnh này. Kết quả xét nghiệm có thể là dương tính hoặc âm tính. Biết rằng nếu coyote bị bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 97%; nếu coyote không bị bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả âm tính là 95%. Các bác sĩ thú y bắt ngẫu nhiên 1 con coyote ở Oklahoma và tiến hành xét nghiệm cho nó.
- a)** Xác suất để con coyote bị bắt không bị bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 0,05.
b) Xác suất để con coyote bị bắt có kết quả xét nghiệm âm tính là 30,6%.
c) Giá trị dự đoán âm của xét nghiệm được định nghĩa là xác suất con coyote thực sự không bị bệnh biết rằng kết quả xét nghiệm của nó là âm tính. Giá trị dự đoán âm của xét nghiệm này lớn hơn 95%.
d) Các bác sĩ thú y bắt ngẫu nhiên 3 con coyote ở Oklahoma. Xác suất để có đúng 2 con có kết quả xét nghiệm dương tính bằng 44,2% (kết quả đã được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Trong một dự án khảo sát địa chất thăm dò tài nguyên, các nhà khoa học phát hiện một túi khí tự nhiên trong lòng đất được xác định có dạng khối cầu (S), một lớp đá móng ngăn cách các địa tầng là mặt phẳng (P). Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ phù hợp (mặt đất nằm trên mặt phẳng Oxy , chiều dương trục Oz hướng lên trên), đơn vị trên mỗi trục là 10 m, mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+11)^2 = 25$, lớp đá móng (P) được coi là một mặt phẳng có phương trình $2x - y + 2z + 22 = 0$. Để thực hiện việc thăm dò, các nhà khoa học đặt mũi khoan được định hướng bắt đầu từ vị trí $A(-3;8;0)$ và tiến tới liên tục theo phương của vector $\vec{u} = (4; -3; -7)$.

a) Để tránh nguy cơ làm nứt gãy lớp đá móng (P) dẫn đến rò rỉ khí áp suất cao, tiêu chuẩn kỹ thuật yêu cầu: Trong suốt thời gian mũi khoan di chuyển bên trong túi khí (S), khoảng cách từ mũi khoan đến lớp đá móng (P) không được nhỏ hơn 5m. Quá trình khoan theo phương án này đã đáp ứng được tiêu chuẩn kỹ thuật đó.

b) Theo quỹ đạo chuyển động, mũi khoan sẽ đi xuyên qua túi khí (S) tạo thành một đoạn đường ống có độ dài là 100m ngay trong lòng túi khí.

c) Túi khí (S) bị lớp đá móng (P) chia thành hai phần có thể tích bằng nhau.

d) Quỹ đạo của mũi khoan được mô tả bởi một phần đường thẳng d có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{4} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z}{-7}$.

Câu 4. Trên một đoạn đường thẳng, hai xe ô tô đang chạy ngược chiều nhau. Khi hai xe cách nhau 110 m, hai người lái xe phát hiện ra nguy hiểm phía trước nên quyết định xử lý bằng cách đạp phanh để tránh va chạm. Kể từ lúc đạp phanh, xe 1 chuyển động chậm dần với gia tốc $a_1(t) = -4t$ (m/s²) và xe 2 chuyển động chậm dần với gia tốc $a_2(t) = -3t$ (m/s²) (trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe đó bắt đầu đạp phanh). Biết vận tốc của xe 1 và xe 2 ngay lúc phát hiện nguy hiểm lần lượt là 18 m/s và 24 m/s.

a) Giả sử người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, quãng đường xe 1 đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 40 m.

b) Giả sử người lái xe 2 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, kể từ lúc đạp phanh, xe 2 cần 4 giây để dừng hẳn.

c) Giả sử người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, công thức tính vận tốc của xe 1 kể từ lúc đạp phanh là $v_1(t) = 18 - 2t^2$ (m/s).

d) Giả sử khi phát hiện ra nguy hiểm, người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức nhưng người lái xe 2 do lúng túng nên mất 0,5 giây mới bắt đầu đạp phanh. Trong khoảng thời gian 0,5 giây này, xe 2 **tiếp tục chuyển động thẳng đều** với vận tốc ban đầu (24 m/s), sau đó mới bắt đầu đạp phanh với quy luật gia tốc như đã cho. Khi đó, hai xe sẽ xảy ra va chạm.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giáo viên chuẩn bị hai hộp thăm chứa các câu hỏi ôn tập. Hộp thứ nhất gồm 7 thăm câu hỏi Giải tích và 3 thăm câu hỏi Hình học. Hộp thứ hai gồm 6 thăm câu hỏi Giải tích và 4 thăm câu hỏi Hình học. Giáo viên rút ngẫu nhiên 2 thăm từ hộp thứ nhất và 4 thăm từ hộp thứ hai để tạo thành một tổ hợp đề gồm 6 câu hỏi. Một học sinh bốc ngẫu nhiên 2 thăm từ tổ hợp 6 câu hỏi đó. Tính xác suất để học sinh này bốc được ít nhất một câu hỏi Giải tích. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Độ cao h (tính bằng ki-lô-mét) so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung tính theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển được cho bởi công thức $h = -19,4 \log \frac{P}{P_0}$ (trong đó P và P_0 cùng đơn vị đo áp suất). Một chiếc máy bay đang bay ngang ở độ cao 10 km thì bắt đầu hạ độ cao. Khi hạ xuống đến vị trí có độ cao h_1 , áp suất không khí bên ngoài máy bay đo được tăng lên gấp đôi so với lúc máy bay đang ở độ cao

10 km. Hỏi máy bay đã hạ xuống một khoảng cách là bao nhiêu ki-lô-mét so với vị trí ban đầu (ở độ cao 10 km) theo phương thẳng đứng? (Kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 3. Trạm kiểm soát không lưu của một sân bay đang theo dõi hai chuyến bay thương mại thông qua hệ thống radar. Xét trong không gian tọa độ $Oxyz$ (mặt phẳng Oxy biểu diễn mặt đất, chiều dương trục Oz hướng lên trên, đơn vị trên các trục tính bằng km), tại thời điểm hệ thống bắt đầu theo dõi:

Máy bay thứ nhất đang ở vị trí $A_0(0;0;10)$ và di chuyển thẳng đều với vector vận tốc $\vec{v}_1 = (15;0;0)$.

Máy bay thứ hai đang ở vị trí $B_0(10;-5;10)$ và di chuyển thẳng đều với vector vận tốc $\vec{v}_2 = (13;5;0)$.

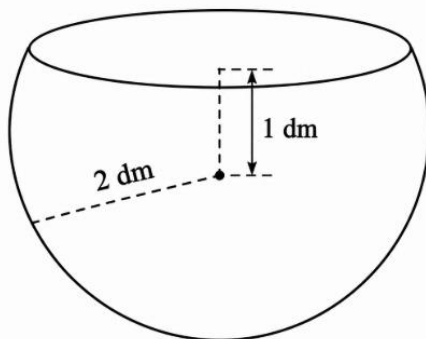
Biết vận tốc của hai máy bay tính bằng km/phút và trong khoảng thời gian theo dõi, hai máy bay đều giữ nguyên hướng và tốc độ bay. Giả sử quy định an toàn hàng không yêu cầu phải luôn duy trì khoảng cách giữa hai máy bay tối thiểu là 10 km. Hệ thống cảnh báo va chạm tự động (TCAS) của trạm sẽ kích hoạt còi báo động ngay khi khoảng cách giữa hai máy bay chạm mốc vi phạm này. Hỏi kể từ lúc bắt đầu theo dõi ($t = 0$), sau bao nhiêu giây thì còi báo động tại trạm kiểm soát không lưu bắt đầu kêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 4. Khi xây dựng một căn nhà, chủ đầu tư dự định thi công thêm một lớp tường rỗng cách âm. Lớp tường này có tuổi thọ sử dụng là 10 năm. Chi phí thi công là 5 triệu đồng cho mỗi cm độ dày của lớp tường rỗng. Chi phí điện năng tiêu thụ trung bình mỗi năm cho hệ thống máy hút ẩm của toàn bộ căn nhà là C (đơn vị: triệu đồng) phụ thuộc vào độ dày lớp tường rỗng x (đơn vị: cm) theo công thức $C(x) = \frac{k}{2x+2}$ (với $0 \leq x \leq 10$), k là hằng số. Biết rằng, nếu không thi

công lớp tường rỗng cách âm, chi phí điện năng cho máy hút ẩm mỗi năm sẽ lên tới 18 triệu đồng. Gọi $f(x)$ là tổng chi phí thi công lớp cách âm và chi phí vận hành máy hút ẩm trong 10 năm. Hỏi cần thiết kế lớp tường rỗng dày bao nhiêu cm để tổng chi phí $f(x)$ nhỏ nhất?

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $AA' = 3a$. Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABB'A'$. Tính tang của góc nhị diện $[I, AC, D]$. (Kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 6. Một cơ sở sản xuất làm những chiếc bể cá bằng thủy tinh có dạng một phần hình cầu (như hình vẽ). Biết mặt trong của bể là một phần mặt cầu có bán kính 2 dm, khoảng cách từ tâm mặt cầu mặt trong đến mặt phẳng miệng bể là 1 dm. Giả sử phần thành thủy tinh của bể có độ dày không đổi là 0,3 cm và mặt cắt ở miệng bể được mài bằng phẳng. Tính thể tích thủy tinh cần sử dụng để làm một chiếc bể cá như vậy (đơn vị: cm^3 ; không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin x$ là

- A. $-\sin x + C$. B. $\cos x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $\sin x + C$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua $M(1; 3; -2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2(x-1) - (y-3) + 3(z+2) = 0$. B. $2(x+1) - (y+3) + 3(z-2) = 0$.
C. $(x+2) + 3(y-1) - 2(z+3) = 0$. D. $(x-2) + 3(y+1) - 2(z-3) = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ là

- A. $(-1; 2; 1)$. B. $(2; -4; -2)$. C. $(-2; 4; 2)$. D. $(1; -2; -1)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > \log_{0,5} 9$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 9)$.

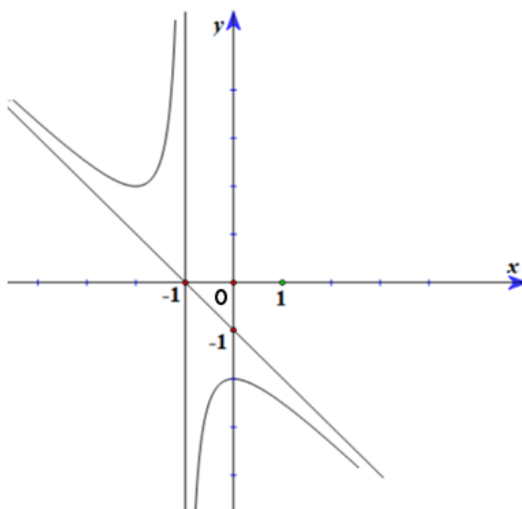
Câu 5. Biết $\int_{-1}^3 f(x) dx = -2$ và $\int_{-1}^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 3 . D. -1 .

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = 2$. B. $q = \frac{1}{2}$. C. $q = 4$. D. $q = \frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = x - 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = -x - 1$. D. $x = -1$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 2; -1)$, $B(3; 1; -2)$, $C(4; -2; 1)$ và $D'(2; 1; 5)$. Tọa độ của điểm A' là

- A. $(-3; 6; 4)$. B. $(1; 4; 2)$. C. $(4; 0; 4)$. D. $(1; 0; -4)$.

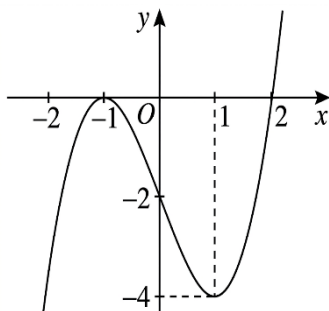
Câu 9. Một bác tài xế thống kê độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng (30 ngày) ở bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ dài quãng đường (km)	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$	$[200; 250)$	$[250; 300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

- A. 3206,90. B. 55,67. C. 55,68. D. 56,63.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 1. B. -4. C. -1. D. 2.

Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh nam và 10 học sinh nữ để một học sinh làm tổ trưởng và một học sinh làm tổ phó?

- A. $18!$. B. $C_8^1 \cdot C_{10}^1$. C. A_{18}^2 . D. C_{18}^2 .

Câu 12. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 60 thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

- A. 20. B. 180. C. 40. D. 60.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Sói đồng cỏ Bắc Mỹ (coyote) là một loài động vật hoang dã phân bố chủ yếu ở Bắc Mỹ. Tại bang Oklahoma, Hoa Kỳ, 70% số coyote bị mắc một căn bệnh gọi là Ehrlichiosis. Người ta thực hiện xét nghiệm giúp phát hiện căn bệnh này. Kết quả xét nghiệm có thể là dương tính hoặc âm tính. Biết rằng nếu coyote bị bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 97%; nếu coyote không bị bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả âm tính là 95%. Các bác sĩ thú y bắt ngẫu nhiên 1 con coyote ở Oklahoma và tiến hành xét nghiệm cho nó.

a) Giá trị dự đoán âm của xét nghiệm được định nghĩa là xác suất con coyote thực sự không bị bệnh biết rằng kết quả xét nghiệm của nó là âm tính. Giá trị dự đoán âm của xét nghiệm này lớn hơn 95%.

b) Xác suất để con coyote bị bắt có kết quả xét nghiệm âm tính là 30,6%.

c) Xác suất để con coyote bị bắt không bị bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 0,05.

d) Các bác sĩ thú y bắt ngẫu nhiên 3 con coyote ở Oklahoma. Xác suất để có đúng 2 con có kết quả xét nghiệm dương tính bằng 44,2% (kết quả đã được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C).

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

b) Có 2 tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: y = -5x - 3$.

c) $f'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 3. Trên một đoạn đường thẳng, hai xe ô tô đang chạy ngược chiều nhau. Khi hai xe cách nhau 110 m, hai người lái xe phát hiện ra nguy hiểm phía trước nên quyết định xử lý bằng cách đạp phanh để tránh va chạm. Kể từ lúc đạp phanh, xe 1 chuyển động chậm dần với gia tốc $a_1(t) = -4t \text{ (m/s}^2\text{)}$ và xe 2 chuyển động chậm dần với gia tốc $a_2(t) = -3t \text{ (m/s}^2\text{)}$ (trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe đó bắt đầu đạp phanh). Biết vận tốc của xe 1 và xe 2 ngay lúc phát hiện nguy hiểm lần lượt là 18 m/s và 24 m/s.

a) Giả sử người lái xe 2 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, kể từ lúc đạp phanh, xe 2 cần 4 giây để dừng hẳn.

b) Giả sử người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, công thức tính vận tốc của xe 1 kể từ lúc đạp phanh là $v_1(t) = 18 - 2t^2 \text{ (m/s)}$.

c) Giả sử người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức khi phát hiện ra nguy hiểm, quãng đường xe 1 đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 40 m.

d) Giả sử khi phát hiện ra nguy hiểm, người lái xe 1 đạp phanh ngay lập tức nhưng người lái xe 2 do lúng túng nên mất 0,5 giây mới bắt đầu đạp phanh. Trong khoảng thời gian 0,5 giây này, xe 2 **tiếp tục chuyển động thẳng đều** với vận tốc ban đầu (24 m/s), sau đó mới bắt đầu đạp phanh với quy luật gia tốc như đã cho. Khi đó, hai xe sẽ xảy ra va chạm.

Câu 4. Trong một dự án khảo sát địa chất thăm dò tài nguyên, các nhà khoa học phát hiện một túi khí tự nhiên trong lòng đất được xác định có dạng khối cầu (S), một lớp đá móng ngăn cách các địa tầng là mặt phẳng (P). Với hệ trục tọa độ Oxyz phù hợp (mặt đất nằm trên mặt phẳng Oxy, chiều dương trục Oz hướng lên trên), đơn vị trên mỗi trục là 10 m, mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+11)^2 = 25$, lớp đá móng (P) được coi là một mặt phẳng có phương trình $2x - y + 2z + 22 = 0$. Để thực hiện việc thăm dò, các nhà khoa học đặt mũi khoan được định hướng bắt đầu từ vị trí $A(-3; 8; 0)$ và tiến tới liên tục theo phương của vector $\vec{u} = (4; -3; -7)$.

a) Quỹ đạo của mũi khoan được mô tả bởi một phần đường thẳng d có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{4} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z}{-7}$.

b) Theo quỹ đạo chuyển động, mũi khoan sẽ đi xuyên qua túi khí (S) tạo thành một đoạn đường ống có độ dài là 100 m ngay trong lòng túi khí.

c) Túi khí (S) bị lớp đá móng (P) chia thành hai phần có thể tích bằng nhau.

d) Để tránh nguy cơ làm nứt gãy lớp đá móng (P) dẫn đến rò rỉ khí áp suất cao, tiêu chuẩn kỹ thuật yêu cầu: Trong suốt thời gian mũi khoan di chuyển bên trong túi khí (S), khoảng cách từ mũi khoan đến lớp đá móng (P) không được nhỏ hơn 5 m. Quá trình khoan theo phương án này đã đáp ứng được tiêu chuẩn kỹ thuật đó.

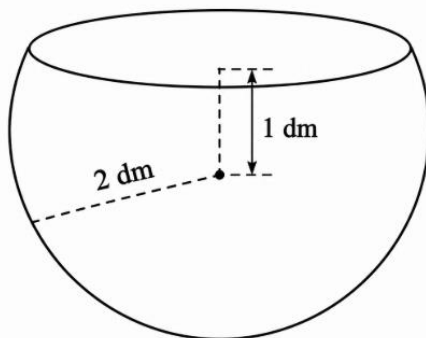
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Độ cao h (tính bằng ki-lô-mét) so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung tính theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển được cho bởi công thức $h = -19,4 \log \frac{P}{P_0}$ (trong đó P và P_0 cùng đơn vị đo áp suất). Một chiếc máy bay

đang bay ngang ở độ cao 10 km thì bắt đầu hạ độ cao. Khi hạ xuống đến vị trí có độ cao h_1 , áp suất không khí bên ngoài máy bay đo được tăng lên gấp đôi so với lúc máy bay đang ở độ cao 10 km. Hỏi máy bay đã hạ xuống một khoảng cách là bao nhiêu ki-lô-mét so với vị trí ban đầu (ở độ cao 10 km) theo phương thẳng đứng? (Kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 2. Một cơ sở sản xuất làm những chiếc bể cá bằng thủy tinh có dạng một phần hình cầu (như hình vẽ). Biết mặt trong của bể là một phần mặt cầu có bán kính 2 dm, khoảng cách từ tâm mặt cầu mặt trong đến mặt phẳng miệng bể là 1 dm. Giả sử phần thành thủy tinh của bể có độ dày không đổi là 0,3 cm và mặt cắt ở miệng bể được mài bằng phẳng. Tính thể tích thủy tinh cần

sử dụng để làm một chiếc bể cá như vậy (đơn vị: cm^3 ; không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



- Câu 3.** Khi xây dựng một căn nhà, chủ đầu tư dự định thi công thêm một lớp tường rỗng cách âm. Lớp tường này có tuổi thọ sử dụng là 10 năm. Chi phí thi công là 5 triệu đồng cho mỗi cm độ dày của lớp tường rỗng. Chi phí điện năng tiêu thụ trung bình mỗi năm cho hệ thống máy hút ẩm của toàn bộ căn nhà là C (đơn vị: triệu đồng) phụ thuộc vào độ dày lớp tường rỗng x (đơn vị: cm) theo công thức $C(x) = \frac{k}{2x+2}$ (với $0 \leq x \leq 10$), k là hằng số. Biết rằng, nếu không thi công lớp tường rỗng cách âm, chi phí điện năng cho máy hút ẩm mỗi năm sẽ lên tới 18 triệu đồng. Gọi $f(x)$ là tổng chi phí thi công lớp cách âm và chi phí vận hành máy hút ẩm trong 10 năm. Hỏi cần thiết kế lớp tường rỗng dày bao nhiêu cm để tổng chi phí $f(x)$ nhỏ nhất?
- Câu 4.** Giáo viên chuẩn bị hai hộp thăm chứa các câu hỏi ôn tập. Hộp thứ nhất gồm 7 thăm câu hỏi Giải tích và 3 thăm câu hỏi Hình học. Hộp thứ hai gồm 6 thăm câu hỏi Giải tích và 4 thăm câu hỏi Hình học. Giáo viên rút ngẫu nhiên 2 thăm từ hộp thứ nhất và 4 thăm từ hộp thứ hai để tạo thành một tổ hợp đề gồm 6 câu hỏi. Một học sinh bốc ngẫu nhiên 2 thăm từ tổ hợp 6 câu hỏi đó. Tính xác suất để học sinh này bốc được ít nhất một câu hỏi Giải tích. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 5.** Trạm kiểm soát không lưu của một sân bay đang theo dõi hai chuyến bay thương mại thông qua hệ thống radar. Xét trong không gian tọa độ $Oxyz$ (mặt phẳng Oxy biểu diễn mặt đất, chiều dương trục Oz hướng lên trên, đơn vị trên các trục tính bằng km), tại thời điểm hệ thống bắt đầu theo dõi:
 Máy bay thứ nhất đang ở vị trí $A_0(0;0;10)$ và di chuyển thẳng đều với vector vận tốc $\vec{v}_1 = (15;0;0)$.
 Máy bay thứ hai đang ở vị trí $B_0(10;-5;10)$ và di chuyển thẳng đều với vector vận tốc $\vec{v}_2 = (13;5;0)$.
 Biết vận tốc của hai máy bay tính bằng km/phút và trong khoảng thời gian theo dõi, hai máy bay đều giữ nguyên hướng và tốc độ bay. Giả sử quy định an toàn hàng không yêu cầu phải luôn duy trì khoảng cách giữa hai máy bay tối thiểu là 10 km. Hệ thống cảnh báo va chạm tự động (TCAS) của trạm sẽ kích hoạt còi báo động ngay khi khoảng cách giữa hai máy bay chạm mốc vi phạm này. Hỏi kể từ lúc bắt đầu theo dõi ($t=0$), sau bao nhiêu giây thì còi báo động tại trạm kiểm soát không lưu bắt đầu kêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)
- Câu 6.** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, $AA' = 3a$. Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABB'A'$. Tính tang của góc nhị diện $[I, AC, D]$. (Kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng phần chục)

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN LỚP 12

Phần I. 3,0 điểm (gồm 12 câu, mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm)

Mã đề Câu	0101	0103	0105	0107
1	D	C	A	C
2	B	A	D	C
3	B	D	B	D
4	B	D	D	B
5	B	A	B	B
6	D	D	B	A
7	B	C	C	B
8	D	B	C	A
9	B	C	C	D
10	C	A	C	D
11	A	C	A	B
12	D	A	B	D

Phần II. 4,0 điểm (gồm 4 câu, mỗi câu gồm 4 ý. Với mỗi câu thì trả lời đúng 1 ý được 0,1 điểm; trả lời đúng 2 ý được 0,25 điểm; trả lời đúng 3 ý được 0,5 điểm; trả lời đúng 4 ý được 1 điểm)

Mã đề 0101

Câu	1	2	3	4
a)	S	S	Đ	S
b)	S	Đ	S	Đ
c)	S	S	Đ	Đ
d)	Đ	Đ	S	Đ

Mã đề 0103

Câu	1	2	3	4
a)	S	S	Đ	S
b)	Đ	S	Đ	S
c)	S	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	Đ	Đ

Mã đề 0105

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	S	Đ
b)	S	Đ	S	S
c)	Đ	S	S	S
d)	S	Đ	Đ	Đ

Mã đề 0107

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	S	S
b)	Đ	S	S	Đ
c)	S	Đ	Đ	S
d)	Đ	S	Đ	S

Phần III. 3,0 điểm (gồm 6 câu, trả lời đúng mỗi câu được 0,5 điểm)

Mã đề Câu	0101	0103	0105	0107
1	0,88	5,8	5	5
2	5,8	1145	0,88	1145
3	18,5	5	5,8	18,5
4	5	0,88	18,5	5,8
5	-2,1	18,5	1145	0,88
6	1145	-2,1	-2,1	-2,1

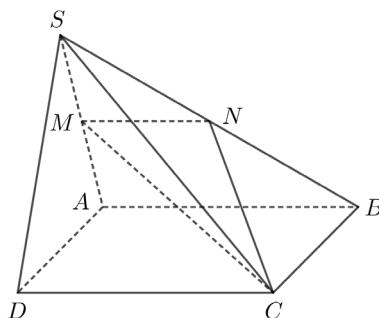
Chú ý: Điểm toàn bài không làm tròn.

Mã đề: 0101

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I. Trắc nghiệm lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB (tham khảo hình vẽ).



Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (CMN) ?

- A.** AD . **B.** AB . **C.** CD . **D.** SD .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;0;-2)$ và $A(2;3;2)$. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. **B.** $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$. **D.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;5]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2;5]$ thì $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A.** $F(2)+F(5)$. **B.** $F(5)-F(2)$. **C.** $F(2)-F(5)$. **D.** $f(5)-f(2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là

- A.** -2 . **B.** 2 . **C.** -1 . **D.** 1 .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (2;3;2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2;3;0)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2;3;4)$.

Câu 6: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

- A.** $[20;30)$. **B.** $[10;20)$. **C.** $[30;40)$. **D.** $[0;10)$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 20$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 60.

B. 90.

C. 240.

D. 180.

Câu 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 - 2x + 8$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ được xác định bởi công thức

A. $S = \left| \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8) dx \right|$.

B. $S = \pi \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8)^2 dx$.

D. $S = \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx$.

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. 1.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; -\frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là

A. $u_n = 3n - 1$.

B. $u_n = 6n - 4$.

C. $u_n = 5n - 3$.

D. $u_n = 4n - 2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > \log_{\frac{1}{6}}(7-2x)$ là

A. $\left(3; \frac{7}{2} \right)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-\infty; 3)$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Chuồng II có 7 thỏ đen và 3 thỏ trắng. Đầu tiên, lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ từ chuồng I cho sang chuồng II, sau đó từ chuồng II lấy ngẫu nhiên 2 con thỏ.

a) Xác suất lấy được thỏ đen ở chuồng I là $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II là $\frac{14}{33}$.

c) Biết rằng đã lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II, xác suất lấy được thỏ trắng ở chuồng I là $\frac{3}{5}$.

d) Biết rằng đã lấy được 1 thỏ đen và 1 thỏ trắng ở chuồng II, xác suất để trong hai con thỏ này không có con nào từ chuồng I chuyển sang là $\frac{21}{80}$.

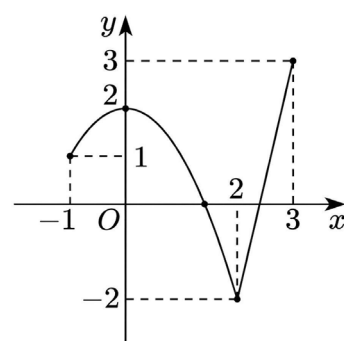
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới.

a) $f(2) = -2$.

b) Với $x \in [2; 3]$ thì $f(x) = -3x + 4$.

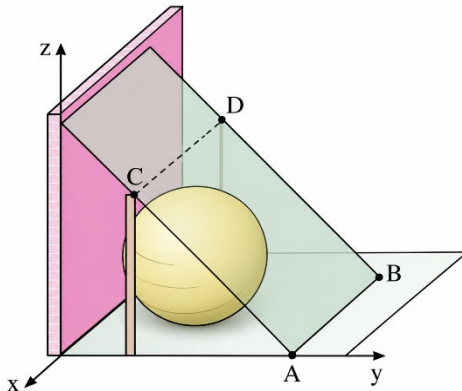
c) $\int_{-1}^2 f(x) dx > 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox



và các đường $x = -1; x = 3$ bằng 5,4 (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3: Cho một bình chứa khí hình cầu K có đường kính 10 m tiếp xúc với một bức tường thẳng đứng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mặt phẳng (Oxz) là mặt tường thẳng đứng. Biết bình chứa tiếp xúc với mặt tường tại điểm $T(-6;0;5)$. Một tấm chắn hình chữ nhật được cố định xuống đất tại các điểm $A(0; \frac{65}{4}; 0), B(-12; \frac{65}{4}; 0)$ và được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng tại các điểm $C(0;5;15), D(-12;5;15)$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m).



- a) Phương trình tấm chắn là $4y + 3z - 65 = 0$.
- b) Tấm chắn tạo với mặt đất một góc nhỏ hơn 70° .
- c) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.
- d) Mặt cầu tiếp xúc với tấm chắn.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.

- a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ với $x \neq -1$.
- b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $\frac{5}{3}$.
- d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A và B . Diện tích tam giác OAB bằng 1.

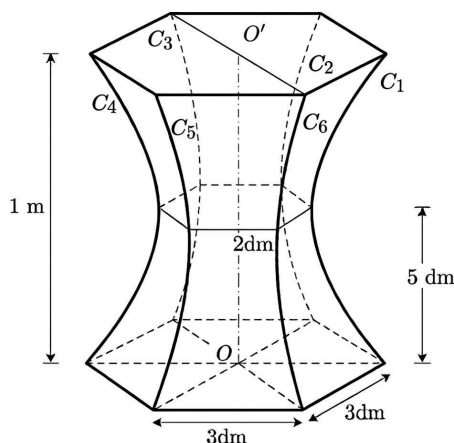
PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, AD = \sqrt{2}a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm cạnh AD . Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SCE) . Tính $\sin \alpha$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2: Để bắc các cột kèo thuận tiện, người ta thiết lập một hệ trục $Oxyz$ hợp lý, đơn vị trên mỗi trục là một mét. Trong hệ tọa độ đó, từ điểm $M(3; -4; -5)$ người ta nhận thấy có thể bắc được thanh xà thẳng nối các cột nằm trên các đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Khi đó đoạn thanh xà nối hai cột có độ dài bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một mô hình (H) cao 1m có dạng hình “chóp lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Hai đáy của (H) là hai hình lục giác đều bằng nhau tâm O và O' , cạnh bằng 3dm. Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường hypebol có trục đối xứng OO' . Biết hình tạo bởi

các đoạn giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với OO' là một lục giác đều. Khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' thì lục giác đều có cạnh $l = 2\text{dm}$. Thể tích mô hình là bao nhiêu dm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Có 30 bóng đèn được xếp thành 1 hàng ngang (đánh số thứ tự từ 1 đến 30) và được nối ngẫu nhiên vào 30 công tắc sao cho mỗi công tắc chỉ nối duy nhất với một bóng đèn. Ban đầu, tất cả các bóng đèn đều bật sáng. Tắt ngẫu nhiên 3 công tắc. Xác suất để giữa 2 bóng đèn tắt kế nhau bất kỳ không có đúng 2 bóng sáng là $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

Câu 5: Nuôi cấy nấm men thu sinh khối (protein, amino acid...), ứng dụng làm tế bào nhân trong công nghệ gen để sản xuất một số chất có hoạt tính sinh học mạnh (kháng sinh...). Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số

$P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t . Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 30 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 15 tế bào/ giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt mức tối đa? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Phòng chăm sóc khách hàng của công ty A làm việc từ 8h00 sáng đến 20h00 mỗi ngày. Nhân viên trực tổng đài làm việc theo 2 ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 8h00 đến 16h00 và ca II từ 12h00 đến 20h00. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ và cho trong bảng dưới đây:

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
8h00 đến 16h00	32 000 đồng
12h00 đến 20h00	30 000 đồng

Để chăm sóc khách hàng tốt nhất thì cần tối thiểu 2 nhân viên trong khoảng từ 12h00 đến 20h00, tối thiểu 10 nhân viên trong giờ cao điểm từ 12h00 đến 16h00 và không quá 9 nhân viên trong khoảng từ 8h00 đến 16h00. Do lượng khách hàng trong khoảng 8h00 đến 16h00 thường đông hơn nên phòng chăm sóc khách hàng cần số nhân viên ca I ít nhất phải gấp 1,5 lần số nhân viên của ca II. Công ty A muốn huy động số lượng nhân viên mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất. Khi đó, chi phí tiền lương ít nhất mà công ty A phải trả cho nhân viên mỗi ngày là a (nghìn đồng). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

----HẾT---

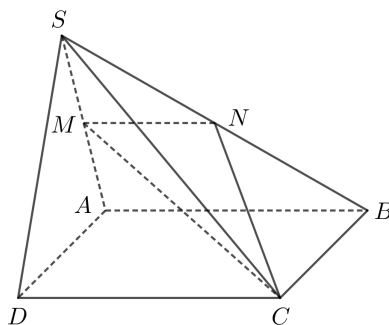
(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm)

Mã đề: 0102

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I. Trắc nghiệm lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB (tham khảo hình vẽ).



Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (CMN) ?

- A. CD . B. AD . C. SD . D. AB .

Câu 2: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 20$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 240. B. 180. C. 90. D. 60.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > \log_{\frac{1}{6}}(7-2x)$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là

- A. $u_n = 4n - 2$. B. $u_n = 3n - 1$. C. $u_n = 6n - 4$. D. $u_n = 5n - 3$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 - 2x + 8$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ được xác định bởi công thức

- A. $S = \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx$. B. $S = \pi \int_0^2 |-3x^2 - 2x + 8| dx$.
C. $S = \left| \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8) dx \right|$. D. $S = \pi \int_0^2 (-3x^2 - 2x + 8)^2 dx$.

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; -\frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là

- A. 1. B. -2. C. 2. D. -1.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;5]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2;5]$ thì $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A. $F(2) + F(5)$. B. $f(5) - f(2)$. C. $F(2) - F(5)$. D. $F(5) - F(2)$.

Câu 10: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

- A. $[30;40)$. B. $[20;30)$. C. $[0;10)$. D. $[10;20)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;0;-2)$ và $A(2;3;2)$. Mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

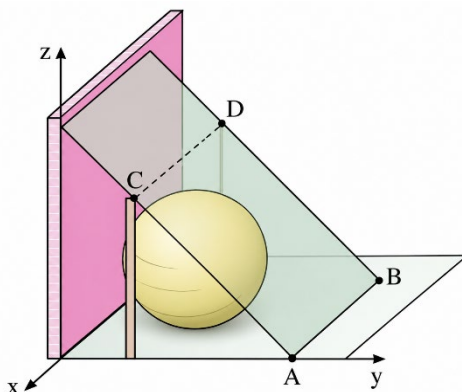
- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$. B. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.
C. $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$. D. $(x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho một bình chứa khí hình cầu K có đường kính 10 m tiếp xúc với một bức tường thẳng đứng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mặt phẳng (Oxz) là mặt tường thẳng đứng. Biết bình chứa tiếp xúc với mặt tường tại điểm $T(-6;0;5)$. Một tấm chắn hình chữ nhật được cố định xuống đất tại các điểm $A(0; \frac{65}{4}; 0)$, $B(-12; \frac{65}{4}; 0)$ và được đỡ bằng các thanh chống thẳng đứng tại các điểm $C(0;5;15)$, $D(-12;5;15)$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m).



- a) Phương trình tấm chắn là $4y + 3z - 65 = 0$.
b) Tấm chắn tạo với mặt đất một góc nhỏ hơn 70° .
c) Tâm I của hình cầu K có tọa độ là $(-6; -5; 5)$.
d) Mặt cầu tiếp xúc với tấm chắn.

Câu 2: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Chuồng II có 7 thỏ đen và 3 thỏ trắng. Đầu tiên, lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ từ chuồng I cho sang chuồng II, sau đó từ chuồng II lấy ngẫu nhiên 2 con thỏ.

a) Xác suất lấy được thỏ đen ở chuồng I là $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II là $\frac{14}{33}$.

c) Biết rằng đã lấy được 2 thỏ đen ở chuồng II, xác suất lấy được thỏ trắng ở chuồng I là $\frac{3}{5}$.

d) Biết rằng đã lấy được 1 thỏ đen và 1 thỏ trắng ở chuồng II, xác suất để trong hai con thỏ này không có con nào từ chuồng I chuyển sang là $\frac{21}{80}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ với $x \neq -1$.

b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $\frac{5}{3}$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A và B . Diện tích tam giác OAB bằng 1.

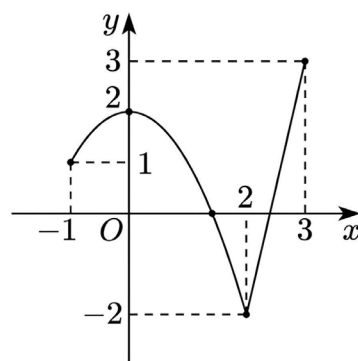
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới.

a) $f(2) = -2$.

b) Với $x \in [2; 3]$ thì $f(x) = -3x + 4$.

c) $\int_{-1}^2 f(x) dx > 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường $x = -1; x = 3$ bằng 5,4 (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Phòng chăm sóc khách hàng của công ty A làm việc từ 8h00 sáng đến 20h00 mỗi ngày. Nhân viên trực tổng đài làm việc theo 2 ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 8h00 đến 16h00 và ca II từ 12h00 đến 20h00. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ và cho trong bảng dưới đây:

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
8h00 đến 16h00	32 000 đồng
12h00 đến 20h00	30 000 đồng

Để chăm sóc khách hàng tốt nhất thì cần tối thiểu 2 nhân viên trong khoảng từ 12h00 đến 20h00, tối thiểu 10 nhân viên trong giờ cao điểm từ 12h00 đến 16h00 và không quá 9 nhân viên trong khoảng từ 8h00 đến 16h00. Do lượng khách hàng trong khoảng 8h00 đến 16h00 thường đông hơn nên phòng chăm sóc khách hàng cần số nhân viên ca I ít nhất phải gấp 1,5 lần số nhân viên của ca II. Công ty A muốn huy động số lượng nhân viên mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất. Khi đó, chi phí tiền lương ít nhất mà công ty A phải trả cho nhân viên mỗi ngày là a (nghìn đồng). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

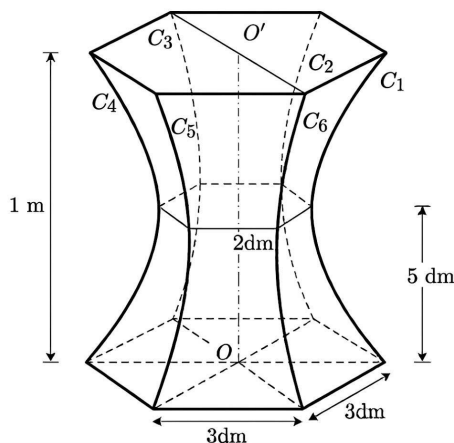
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, AD = \sqrt{2}a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm cạnh AD . Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SCE) . Tính $\sin \alpha$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3: Nuôi cấy nấm men thu sinh khối (protein, amino acid...), ứng dụng làm tế bào nhân trong công nghệ gen để sản xuất một số chất có hoạt tính sinh học mạnh (kháng sinh...). Giả sử số lượng tế bào của

một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t . Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 30 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 15 tế bào/ giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt mức tối đa? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Để bắc các cột kèo thuận tiện, người ta thiết lập một hệ trục $Oxyz$ hợp lý, đơn vị trên mỗi trục là một mét. Trong hệ toạ độ đó, từ điểm $M(3; -4; -5)$ người ta nhận thấy có thể bắc được thanh xà thẳng nối các cột nằm trên các đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Khi đó đoạn thanh xà nối hai cột có độ dài bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5: Một mô hình (H) cao 1m có dạng hình “chóp lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Hai đáy của (H) là hai hình lục giác đều bằng nhau tâm O và O' , cạnh bằng 3dm. Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường hypebol có trục đối xứng OO' . Biết hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với OO' là một lục giác đều. Khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' thì lục giác đều có cạnh $l = 2$ dm. Thể tích mô hình là bao nhiêu dm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6: Có 30 bóng đèn được xếp thành 1 hàng ngang (đánh số thứ tự từ 1 đến 30) và được nối ngẫu nhiên vào 30 công tắc sao cho mỗi công tắc chỉ nối duy nhất với một bóng đèn. Ban đầu, tất cả các bóng đèn đều bật sáng. Tắt ngẫu nhiên 3 công tắc. Xác suất để giữa 2 bóng đèn tắt kế nhau bất kỳ không có đúng 2 bóng sáng là $\frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

---HẾT---

(Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm)

Phần	I	II	III						
Số câu	12	4	6						
Câu\Mã đề	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108	0109
1	B	D	B	D	A	A	C	C	D
2	D	B	A	C	D	B	D	C	C
3	B	C	C	C	D	C	A	D	B
4	A	A	C	C	A	D	A	D	D
5	C	D	D	D	B	C	C	A	C
6	A	A	D	A	B	C	B	D	B
7	D	B	B	C	A	A	B	C	A
8	D	B	C	D	B	C	D	A	C
9	D	D	A	B	D	A	C	B	C
10	C	B	C	A	C	A	D	B	A
11	C	C	B	A	D	D	A	C	D
12	C	D	D	B	B	B	D	B	B
1	SDDS	DDSS	SDDS	DDSS	DSDS	SDDS	DSDS	DSDS	DSDD
2	DSDD	SDDS	DSDD	SDDS	DSDD	DSDD	DSDD	SDDS	DDSS
3	DDSS	DSDS	DSDS	DSDD	SDDS	DSDS	SDDS	DDSS	DSDS
4	DSDS	DSDD	DDSS	DSDS	DDSS	DDSS	DDSS	DSDD	SDDS
1	0,6	2496	3,74	3,74	3721	3,74	147	3721	3,74
2	3,74	0,6	2496	2496	0,92	2496	3721	0,92	3721
3	147	0,92	147	3721	147	3721	0,92	3,74	147
4	3721	3,74	0,92	0,92	3,74	147	2496	2496	0,6
5	0,92	147	3721	147	2496	0,92	3,74	147	0,92
6	2496	3721	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	2496

0110	0111	0112	0113	0114	0115	0116	0117	0118	0119	0120
B	A	A	B	D	B	D	A	A	C	C
D	D	A	D	B	A	C	D	B	D	C
B	B	C	B	C	C	C	D	C	A	D
D	C	B	A	A	C	C	A	D	A	D
C	C	C	C	D	D	D	B	C	C	A
B	B	A	A	A	D	A	B	C	B	D
A	A	B	D	B	B	C	A	A	B	C
A	A	D	D	B	C	D	B	C	D	A
B	A	C	D	D	A	B	D	A	C	B
D	B	A	C	B	C	A	C	A	D	B
D	C	C	C	C	B	A	D	D	A	C
C	C	D	C	D	D	B	B	B	D	B
DSDS	SDDS	DDSS	SDDS	DDSS	SDDS	DDSS	DSDS	SDDS	DSDS	DSDS
DDSS	DDSS	DSDS	DSDD	SDDS	DSDD	SDDS	DSDD	DSDD	DSDD	SDDS
DSDD	DSDS	SDDS	DDSS	DSDS	DSDS	DSDD	SDDS	DSDS	SDDS	DDSS
SDDS	DSDD	DSDD	DSDS	DSDD	DDSS	DSDS	DDSS	DDSS	DDSS	DSDD
0,6	0,92	3,74	0,6	2496	3,74	3,74	3721	3,74	147	3721
147	0,6	0,92	3,74	0,6	2496	2496	0,92	2496	3721	0,92
3,74	147	147	147	0,92	147	3721	147	3721	0,92	3,74
0,92	2496	2496	3721	3,74	0,92	0,92	3,74	147	2496	2496
2496	3,74	3721	0,92	147	3721	147	2496	0,92	3,74	147
3721	3721	0,6	2496	3721	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

0121	0122	0123	0124
D	B	A	A
C	D	D	A
B	B	B	C
D	D	C	B
C	C	C	C
B	B	B	A
A	A	A	B
C	A	A	D
C	B	A	C
A	D	B	A
D	D	C	C
B	C	C	D
DSDD	DSDS	SDDS	DDSS
DDSS	DDSS	DDSS	DSDS
DSDS	DSDD	DSDS	SDDS
SDDS	SDDS	DSDD	DSDD
3,74	0,6	0,92	3,74
3721	147	0,6	0,92
147	3,74	147	147
0,6	0,92	2496	2496
0,92	2496	3,74	3721
2496	3721	3721	0,6

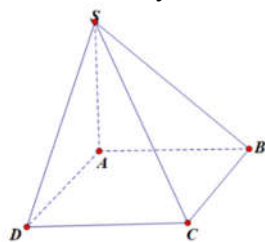
Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

(Đề thi có 4 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

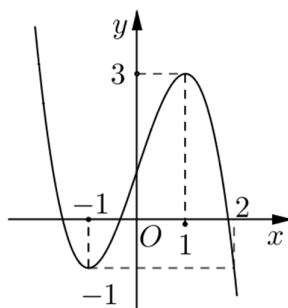


- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $AB \perp (SAD)$. C. $BD \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{2}{3}$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị

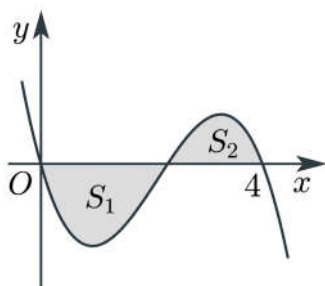


Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 3$. D. $y = -1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.



- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 5. Nếu $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ thì giá trị của biểu thức $P = (1 + 3 \cos 2\alpha)(2 - 3 \cos 2\alpha)$ bằng:

- A. $\frac{11}{9}$ B. $-\frac{10}{9}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $-\frac{11}{9}$

Câu 6. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a , gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CD . Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng

- A. a^2 . B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{3}$. D. $\frac{a^2}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$
y	0	$+\infty$	-3	3	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 5. D. 8.

Câu 9. Khảo sát thời gian tập thể dục trong một tuần của 50 học sinh (đơn vị: phút), ta thu được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$	$[180; 210)$
Tần số	8	15	12	10	5

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. 94,5 B. 105 C. 112 D. 99

Câu 10. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$ và $B(0; 1; -2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{u} = (1; 0; -2)$ B. $\vec{u} = (1; 2; -2)$ C. $\vec{u} = (-1; 0; -2)$ D. $\vec{u} = (-1; 1; 0)$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 0)$, $B(3; 0; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

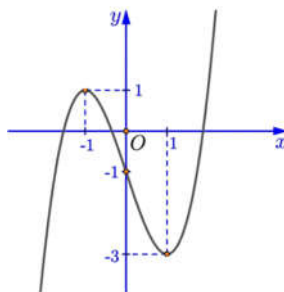
- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ công bội $q = \frac{1}{2}$. Hỏi $\frac{3}{64}$ là số hạng thứ mấy?

- A. 6. B. 9. C. 8. D. 7.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f(x) = x^3 - 3x - 1$.



- a) Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3x$.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(0; -1)$.

d) Đồ thị (C) của hàm số đã cho có dạng như hình vẽ.

Câu 2. Trong một cơ sở chế biến nông sản, tốc độ rút nước của một hệ thống sấy lạnh sau khi khởi động có xu hướng giảm dần theo thời gian và tiến về mức ổn định. Giả sử sau khi bắt đầu vận hành được t giờ, tốc độ rút nước của hệ thống này được mô hình bởi hàm số $W'(t) = A + 3e^{-0,2t}$ (đơn vị: kg/giờ) với $0 \leq t \leq 10$, trong đó $W(t)$ (kg) là lượng nước tổng cộng được rút ra tính từ lúc bắt đầu vận hành. Biết rằng trong 10 giờ đầu tiên, hệ thống đã rút được tổng cộng 65 kg nước.

a) $W(t) = At - 15e^{-0,2t} + 15$.

b) $A = 5$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Lượng nước hệ thống rút được trong 5 giờ đầu tiên nhỏ hơn 35 kg.

d) Tốc độ rút nước trung bình của hệ thống trong 5 giờ cuối (từ giờ thứ 5 đến khi kết thúc) bằng 5,9 kg/giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Một gian hàng thời trang (chuyên quần áo, giày dép) trên TikTok Shop đang diễn ra phiên livestream MEGA Sale. Qua theo dõi dữ liệu người xem, hệ thống phân tích thống kê được có 40% người xem có hành động "click vào giỏ hàng". Trong số những người đã click vào giỏ hàng, có 75% người xem quyết định chốt đơn (mua các sản phẩm quần áo, giày dép). Ngược lại, trong số những người xem không click vào giỏ hàng, chỉ có 15% người chốt đơn. Chọn ngẫu nhiên một người xem phiên livestream đó.

a) Xác suất để người xem đó có chốt đơn là 0,39.

b) Xác suất để người xem đó từng click vào giỏ hàng, biết rằng họ đã chốt đơn bằng $\frac{10}{13}$.

c) Xác suất để người xem đó không chốt đơn, biết rằng họ có click vào giỏ hàng bằng 0,85.

d) Từ danh sách những khách hàng không chốt đơn, chọn ngẫu nhiên 3 người. Xác suất để có ít nhất một người trong số đó từng "click vào giỏ hàng" nhỏ hơn 42%

Câu 4. Tại một khu nông trường công nghệ cao, người ta lắp đặt một bồn chứa dung dịch thủy canh có dạng hình cầu (S) . Để kiểm tra bề mặt của bồn chứa, một thiết bị bay không người lái (flycam) được lập trình để bay đến lơ lửng tại vị trí A . Từ A , flycam phát ra các tia quét laser để dò tìm lỗi bề mặt. Các tia quét này chạm (tiếp xúc) với bề mặt bồn chứa tại các điểm M . Sau khi hoàn thành thao tác quét tại A , flycam được lập trình bay thẳng về trạm sạc theo một quỹ đạo là đường thẳng d .

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị tính bằng mét), giả sử bồn chứa hình cầu có phương trình $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$, vị trí lơ lửng ban đầu của flycam là $A(2; -2; 3)$ và quỹ đạo bay về trạm

sạc nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{3}$.

a) Bồn chứa dung dịch (S) có tâm định vị tại $I(2; 1; -1)$ và bán kính là $R = 9$ mét.

b) Chiều dài của mọi tia quét laser từ flycam đến các điểm tiếp xúc M trên bồn chứa luôn không đổi và bằng 4 mét.

c) Quỹ đạo bay về trạm sạc d của flycam được thiết lập an toàn, hoàn toàn không có rủi ro đâm va vào bồn chứa (S) .

d) Tập hợp tất cả các điểm M mà tia laser quét tới trên bề mặt bồn chứa là một đường tròn có tâm $H(a; b; c)$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng 2,36.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một xưởng mộc sản xuất hai loại sản phẩm: Bàn làm việc (loại I) và Bàn trang điểm (loại II).

Sản xuất 1 bàn loại I cần 2 khối gỗ A, 3 khối gỗ B và đem lại lợi nhuận 3 triệu đồng.

Sản xuất 1 bàn loại II cần 4 khối gỗ A, 2 khối gỗ B và đem lại lợi nhuận 5 triệu đồng.

Hiện tại, kho của xưởng chỉ còn 41 khối gỗ A và 39 khối gỗ B. Hỏi tổng lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

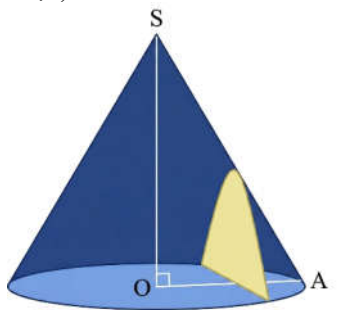
Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 12$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 10 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trong một căn phòng (được mô phỏng bởi hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị độ dài là đề-xi-mét), người ta có treo một quả cầu trang trí với phương trình bề mặt là $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Một con nhện đang phục kích ở vị trí $T(-1; 2; -10)$ trên trần nhà, nó phát hiện ra một con muỗi đang đậu trên bề mặt

quả cầu tại vị trí $M(-1; -3; 3)$. Nó quyết định tấn công bằng cách thả tơ rơi thẳng xuống, chạm vào bề mặt quả cầu (S) tại một điểm P (biết đường thẳng TP là tiếp tuyến của mặt cầu). Ngay khi chạm vào quả cầu, nhện lập tức bò trên bề mặt (S) bằng con đường ngắn nhất để bắt con muỗi. Biết tốc độ đu tơ của nhện là 4 dm/s và tốc độ bò trên bề mặt quả cầu là $1,5 \text{ dm/s}$. Hãy tính thời gian ngắn nhất (giây) kể từ lúc nhện bắt đầu thả tơ cho đến khi bắt được muỗi. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một hợp tác xã nông nghiệp cần phân phối một lô thùng sầu riêng (các thùng được đóng gói tiêu chuẩn giống hệt nhau) đến 4 đại lý bán lẻ trên địa bàn. Để đảm bảo điều kiện bảo quản trong kho lạnh, mỗi đại lý phải nhận tối thiểu 6 thùng và tối đa 12 thùng. Biết rằng hợp tác xã dự kiến xuất kho tổng cộng từ 30 đến 42 thùng. Gọi T là số cách hợp tác xã phân phối lô sầu riêng này đến các đại lý. Tìm T .

Câu 5. Cho hình nón $\mathcal{H}$ có bán kính đáy $OA = 6 \text{ cm}$ và chiều cao $SO = 10 \text{ cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) song song với trục SO và cách trục SO một khoảng bằng 3 cm ta được hai phần. Thể tích phần không chứa đỉnh S bằng bao nhiêu cm^3 ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).



Câu 6. Anh Công dự định làm một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không có nắp bằng vật liệu kính. Biết rằng đáy bể có thiết kế chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Kinh phí tối đa anh Công có thể chi trả để mua kính làm các mặt bể là 3600000 đồng và giá kính ghép bể hiện tại là 400000 đồng/ m^2 . Hỏi thể tích nước lớn nhất mà chiếc bể cá có thể chứa được là bao nhiêu mét khối? (Xem độ dày của kính là không đáng kể và không tính phần vật liệu hao hụt khi dán keo).

----- HẾT -----

Câu	
1	C
2	B
3	C
4	C
5	B
6	B
7	C
8	D
9	D
10	A
11	D
12	D
1a	S
1b	D
1c	D
1d	D
2a	D
2b	D
2c	S
2d	D
3a	D
3b	D
3c	S
3d	D
4a	S
4b	D
4c	D
4d	D
1	54
2	30
3	4,32
4	2149
5	41,5
6	2,25

HƯỚNG DẪN GIẢI

Được thực hiện bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Chọn C.

Lời giải chi tiết: Theo giả thiết, $SA \perp (ABCD)$ nên mệnh đề A đúng.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \perp AD$. Mặt khác, $AB \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$). Suy ra $AB \perp (SAD)$, mệnh đề B đúng.

Tương tự, $BC \perp AB$ và $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$, mệnh đề D đúng.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên hai đường chéo AC và BD không vuông góc với nhau (trừ trường hợp hình vuông). Do đó BD không vuông góc với (SAC) , mệnh đề C sai.

Câu 2. Chọn B.

Lời giải chi tiết: Điều kiện xác định: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Phương trình tương đương: $2x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 3. Chọn C.

Lời giải chi tiết: Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực đại của đồ thị là điểm $(1; 3)$.

Do đó, giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y = 3$.

Câu 4. Chọn C.

Lời giải chi tiết: Từ đồ thị ta thấy trên đoạn $[0; 4]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ $c \in (0; 4)$.

Phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị và trục hoành từ 0 đến c nằm phía dưới trục hoành và có diện tích $S_1 = 3 \Rightarrow \int_0^c f(x)dx = -3$.

Phần hình phẳng từ c đến 4 nằm phía trên trục hoành và có diện tích $S_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \int_c^4 f(x)dx = \frac{3}{2}$.

Vậy $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^c f(x)dx + \int_c^4 f(x)dx = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$.

Câu 5. Chọn B.

Lời giải chi tiết: Ta có công thức nhân đôi: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$.

Thay vào biểu thức P :

$$P = (1 + 3 \cdot \frac{7}{9})(2 - 3 \cdot \frac{7}{9}) = \left(1 + \frac{7}{3}\right)\left(2 - \frac{7}{3}\right) = \frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{9}$$

Câu 6. Chọn B.

Lời giải chi tiết: Vì M là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Tích vô hướng cần tính:

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB})$$

Do $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên các tam giác ABC và ABD là các tam giác đều cạnh a . Suy ra $BAC = BAD = 60^\circ$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$ và $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} \right) = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 7. Chọn C.

Lời giải chi tiết: Tiệm cận đứng: Khi $x \rightarrow 0^+$, ta có $y \rightarrow +\infty \Rightarrow x = 0$ là một đường tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang: Khi $x \rightarrow -\infty$, ta có $y \rightarrow 0 \Rightarrow y = 0$ là một đường tiệm cận ngang. Khi $x \rightarrow +\infty$, ta có $y \rightarrow 3 \Rightarrow y = 3$ là một đường tiệm cận ngang nữa.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $1 + 2 = 3$.

Câu 8. Chọn D.

Lời giải chi tiết: Áp dụng tính chất của tích phân:

$$\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 2 \cdot (3 - 0) = 2 + 6 = 8$$

Câu 9. Chọn D.

Lời giải chi tiết: Tổng số học sinh là $n = 50$. Vị trí của tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$.

Tần số tích lũy của nhóm 1 $[60; 90)$ là 8. Tần số tích lũy của nhóm 2 $[90; 120)$ là $8 + 15 = 23$. Vì $8 < 12.5 \leq 23$ nên nhóm chứa Q_1 là nhóm thứ hai: $[90; 120)$.

Áp dụng công thức: $Q_1 = L + \left(\frac{\frac{n}{4} - C}{f} \right) \cdot h = 90 + \left(\frac{12.5 - 8}{15} \right) \cdot 30 = 90 + 9 = 99.$

Câu 10. Chọn A.

Lời giải chi tiết: Một vector chỉ phương của đường thẳng AB chính là vector $\overrightarrow{AB}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0 - (-1); 1 - 1; -2 - 0) = (1; 0; -2).$

Câu 11. Chọn D.

Lời giải chi tiết: Ba điểm $B(3; 0; 0) \in Ox$, $A(0; 1; 0) \in Oy$, $C(0; 0; -2) \in Oz$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1.$

Câu 12. Chọn D.

Lời giải chi tiết: Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}.$

Thay số vào ta có: $\frac{3}{64} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \Leftrightarrow n-1 = 6 \Leftrightarrow n = 7.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1.

a) Sai: Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Phát biểu ghi $3x^2 - 3x$ là sai.

b) Đúng: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Đúng: Ta có $f''(x) = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = -1$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba là điểm uốn $I(0; -1)$.

d) Đúng: Đồ thị hàm số đi qua các điểm cực trị $(-1; 1)$, $(1; -3)$ và cắt trục tung tại $(0; -1)$, có dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ hoàn toàn chính xác với hình vẽ.

Câu 2.

a) Đúng: Ta có $W(t) = \int (A + 3e^{-0.2t}) dt = At - 15e^{-0.2t} + C$. Vì $W(0) = 0 \Rightarrow -15 + C = 0 \Rightarrow C = 15$. Vậy $W(t) = At - 15e^{-0.2t} + 15$.

b) Đúng: Lượng nước rút sau 10 giờ là

$W(10) = 65 \Leftrightarrow 10A - 15e^{-2} + 15 = 65 \Rightarrow 10A = 50 + 15e^{-2} \approx 52.03 \Rightarrow A \approx 5.2$. Làm tròn đến hàng đơn vị ta được $A = 5$.

c) Sai: Với $A \approx 5.203$, lượng nước rút trong 5 giờ đầu là:

$$W(5) = 5.203 \cdot 5 - 15e^{-1} + 15 \approx 35.5 \text{ kg} > 35 \text{ kg}.$$

d) Đúng: Lượng nước rút trong 5 giờ cuối là: $\Delta W = W(10) - W(5) = 65 - 35.5 = 29.5 \text{ kg}$. Tốc độ trung bình là $\frac{29.5}{5} = 5.9 \text{ kg/gi}$.

Câu 3.

a) Đúng: Gọi A là biến cố "Click vào giỏ hàng", B là biến cố "Chốt đơn".

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0.4 \cdot 0.75 + 0.6 \cdot 0.15 = 0.39$$

b) Đúng: Áp dụng công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.4 \cdot 0.75}{0.39} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}$.

c) Sai: Xác suất cần tính là $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0.75 = 0.25$.

d) Đúng: Xác suất một người không chốt đơn từng click vào giỏ hàng là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.4 \cdot 0.25}{1 - 0.39} = \frac{10}{61}.$$
 Xác suất để trong 3 người không chốt đơn có ít nhất một

người từng click vào giỏ hàng là $1 - \left(1 - \frac{10}{61}\right)^3 \approx 41.56\% < 42\%$.

Câu 4.

a) Sai: Bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{9} = 3 \text{ m}$ chứ không phải 9 m .

b) Đúng: Khoảng cách từ flycam $A(2; -2; 3)$ đến tâm $I(2; 1; -1)$ là $AI = \sqrt{0^2 + 3^2 + (-4)^2} = 5 \text{ m}$.

Chiều dài tia quét chính là độ dài đoạn tiếp tuyến $AM = \sqrt{AI^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$.

c) Đúng: Đường thẳng d đi qua A có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; 3)$. Ta có

$$\vec{AI} = (0; 3; -4) \Rightarrow [\vec{AI}, \vec{u}] = (25; -4; -3).$$
 Khoảng cách từ tâm I đến d là

$$d(I, d) = \frac{|[\vec{AI}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{25^2 + (-4)^2 + (-3)^2}}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 3^2}} = 5 \text{ m}.$$
 Vì $d(I, d) = 5 > R = 3$ nên quỹ đạo an toàn, không

va chạm bồn chứa.

d) Đúng: Tâm H là hình chiếu của M trên đoạn AI , thỏa mãn

$$IH = \frac{R^2}{AI} = \frac{9}{5} = 1.8 \Rightarrow \vec{IH} = \frac{1.8}{5} \vec{IA} = \frac{9}{25} \vec{IA}.$$
 Tính ra được tọa độ $H(2; -0.08; 0.44) \Rightarrow a + b + c = 2.36$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1.

Đáp số: 54

Lời giải chi tiết: Gọi x, y lần lượt là số lượng bàn loại I và loại II được sản xuất ($x, y \in \mathbb{N}$). Hệ bất phương trình giới hạn lượng gỗ là:

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 41 \\ 3x + 2y \leq 39 \end{cases}$$

Hàm lợi nhuận cần tối ưu là $F(x, y) = 3x + 5y$. Vì x, y là các số nguyên, ta lần lượt thử các giá trị của y từ lớn đến nhỏ:

Với $y = 10 \Rightarrow 2x \leq 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow F = 50$.

Với $y = 9 \Rightarrow 2x \leq 5 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow$ kiểm tra ĐK2 thỏa mãn $\Rightarrow F = 3(2) + 5(9) = 51$.

Tương tự thử tiếp ta thấy tại $y = 6 \Rightarrow 2x \leq 17 \Rightarrow x \leq 8 \Rightarrow$ kiểm tra ĐK2: $3(8) + 2(6) = 36 \leq 39$ (thỏa mãn) $\Rightarrow F = 3(8) + 5(6) = 54$.

Các bộ số khác đều cho lợi nhuận thấp hơn. Vậy tổng lợi nhuận lớn nhất là 54 triệu đồng.

Câu 2.

Đáp số: 30

Lời giải chi tiết: Trong hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, đường chéo AC' cắt mặt phẳng $(A'BC)$ tại trung điểm O của AC' và $A'C$.

Do đó, $AO = \frac{1}{2} AC' = 6$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là: $d(A, (A'BC)) = AO \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$.

Thể tích khối chóp $A.A'BC$ là: $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (A'BC)) \cdot S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 10 = 10$.

Mà thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng thể tích khối chóp $A.A'BC$ và bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối lăng trụ.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V = 3 \cdot 10 = 30$.

Câu 3.

Đáp số: 4.32

Lời giải chi tiết:

Quả cầu có tâm $I(-1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$. Nhện ở $T(-1; 2; -10)$ nên $TI = 13$ dm.

Đoạn đu tơ tiếp tuyến $TP = \sqrt{TI^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ dm. Thời gian đu tơ là $t_1 = \frac{12}{4} = 3$ s.

Xét góc $\beta = PIT$ trong tam giác vuông TPI , ta có $\cos \beta = \frac{5}{13}$.

Vì $M(-1; -3; 3) \Rightarrow \overline{IM} = (0; -5; 0)$ vuông góc với $\overline{IT} = (0; 0; -13) \Rightarrow TIM = 90^\circ$.

Đường đi ngắn nhất trên mặt cầu từ P đến M tương ứng với góc

$$\alpha = PIM = 90^\circ - \beta \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha \approx 0.3948 \text{ rad}.$$

Độ dài cung bờ ngắn nhất: $s = R \cdot \alpha = 5 \cdot 0.3948 = 1.974 \text{ dm}$. Thời gian bờ là $t_2 = \frac{1.974}{1.5} \approx 1.32 \text{ s}$.

Tổng thời gian ngắn nhất: $t = 3 + 1.32 = 4.32 \text{ s}$.

Câu 4.

Đáp số: 2149

Lời giải chi tiết: Gọi x_i là số thùng của đại lý i ($6 \leq x_i \leq 12$). Đặt $y_i = x_i - 6 \Rightarrow 0 \leq y_i \leq 6$.

Bài toán đưa về tìm số nghiệm của bài toán chia kẹo Euler thỏa mãn $6 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 18$ với $0 \leq y_i \leq 6$.

Tổng số bộ nghiệm không giới hạn tổng là $7^4 = 2401$.

Số bộ nghiệm có tổng ≤ 5 là $C_{5+4}^4 = C_9^4 = 126$. Do tính đối xứng, số bộ nghiệm có tổng ≥ 19 (tức là từ 19 đến 24) cũng là 126.

Số cách phân phối hợp lệ: $T = 2401 - 126 - 126 = 2149$.

Câu 5.

Đáp số: 41.5

Lời giải chi tiết: Cắt hình nón bằng các lát cắt nằm ngang song song với đáy tại độ cao z ($0 \leq z \leq 5$).

Bán kính lát cắt tương ứng là $r(z) = 6 \left(1 - \frac{z}{10} \right) = 6 - 0.6z$.

Mặt phẳng cách trục một khoảng $d = 3 \text{ cm}$. Diện tích mặt cắt viên phân tại độ cao z là:

$$A(z) = r^2 \arccos\left(\frac{3}{r}\right) - 3\sqrt{r^2 - 9}.$$

Thể tích phần không chứa đỉnh S thu được qua tích phân: $V = \int_0^5 A(z) dz \approx 41.5 \text{ cm}^3$.

Câu 6.

Đáp số: 2.25

Lời giải chi tiết: Gọi chiều rộng đáy bể là x ($x > 0$) $\Rightarrow$ chiều dài đáy là $3x$. Chiều cao bể là h .

Diện tích kính sử dụng (bể không nắp): $S = 3x^2 + 2xh + 2(3x)h = 3x^2 + 8xh$.

Diện tích kính tối đa mua được: $S = \frac{3600000}{400000} = 9 \text{ m}^2 \Rightarrow h = \frac{9 - 3x^2}{8x}$.

Thể tích bể cá: $V = 3x \cdot x \cdot h = 3x^2 \left(\frac{9 - 3x^2}{8x} \right) = \frac{27x - 9x^3}{8}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{27x - 9x^3}{8}$, ta có $f'(x) = \frac{27 - 27x^2}{8} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1 \Rightarrow V_{\max} = \frac{27(1) - 9(1)^3}{8} = 2.25 \text{ m}^3$.

_____ **HẾT** _____

Họ và tên học sinh:..... SBD:.....

Mã đề: 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 14. B. -18. C. -3. D. 8.

Câu 2: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng

- A. $x=1$. B. $y=2$. C. $x=0$. D. $y=0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=3-4t \\ y=2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Tọa độ một vector chỉ

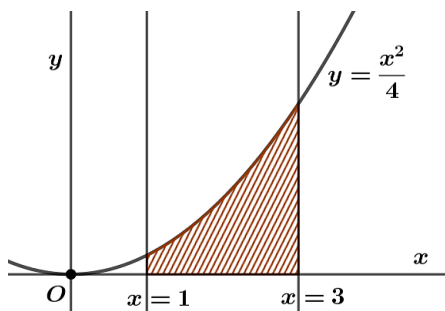
phương của (Δ) là

- A. $(-3;0;1)$. B. $(3;0;-1)$. C. $(-4;2;1)$. D. $(4;-2;1)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) là

- A. 16. B. 4. C. 256. D. $(3;-1;0)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , diện tích S của phần gạch chéo trong hình ảnh bên dưới, được tính theo công thức nào sau đây?



- A. $S = \pi \int_1^3 \left| \frac{x^2}{4} \right| dx$. B. $S = \int_1^3 \left(\frac{x^2}{4} \right)^2 dx$. C. $S = \int_1^3 \frac{x^2}{4} dx$. D. $S = \pi \int_1^3 \left(\frac{x^2}{4} \right)^2 dx$.

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $\tan(x-60^\circ) = 0$ là

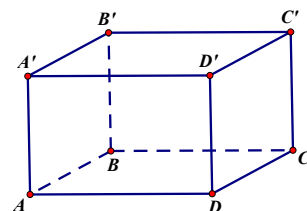
- A. $S = \{-60^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{-60^\circ + k180^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k180^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{60^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7: Tính $\int (e^x - 1) dx$ ta được kết quả là

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} - x + C$. B. $e^x - x + C$. C. $e^x - x$. D. e^x .

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng $B'C'$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(DD'C'C)$. B. $(ABCD)$.
C. $(AA'D'D)$. D. $(A'B'C'D')$.



Câu 9: Một khối gỗ có hình dạng của một lăng trụ tam giác đều. Biết chiều cao của khối gỗ bằng 8 cm và độ dài cạnh đáy bằng 5 cm. Tính thể tích V của khối gỗ này.

- A. $V = 100 \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $V = \frac{50\sqrt{3}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $V = \frac{100}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $V = 50\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x \geq -2$ là

- A. $(0; 4]$. B. $(-\infty; 4]$. C. $(4; +\infty)$. D. $[4; +\infty)$.

Câu 11: Thống kê thời gian lên mạng xã hội trong một tuần (đơn vị: phút) của một lớp 12A ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$	$[300; 360)$
Số học sinh	2	10	20	9	8	1

Khoảng tứ phân vị (làm tròn đến hàng phần mười) là

- A. 95,2. B. 121,5. C. 360. D. 159.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm của tam giác ABC . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$. C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$

a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $y' = -\frac{3}{(x+1)^2}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên nửa khoảng $[-2; -1)$ bằng 5.

Câu 2: Một viên pin xe đạp điện có dung lượng thiết kế 30000 mAh. Tốc độ nạp điện vào pin được mô tả bởi hàm số $I(t) = 600e^{-0,01t}$ (mAh/phút) và tốc độ tiêu hao do nhiệt của mạch điện là $n(t) = 10e^{0,04t}$ (mAh/phút), với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng phút. Gọi $Q(t)$ là lượng điện tích lũy được trong pin tại thời điểm t . Biết $Q(t) = \int [I(t) - n(t)] dt$ và ban đầu khi pin xe cạn điện thì $Q(0) = 0$. Xét tính đúng sai các ý sau:

a) Tốc độ biến thiên của lượng điện tích lũy $Q'(t)$ được xác định bởi công thức

$$h(t) = 600e^{-0,01t} - 10e^{0,04t}.$$

b) Hàm số $Q(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h(t)$ và có dạng

$$Q(t) = -60000e^{-0,01t} - 250e^{0,04t} + C.$$

c) Nếu cắm sạc cho xe liên tục trong 30 phút thì lượng điện tích lũy được sẽ vượt quá 50% dung lượng thiết kế của pin.

d) Để đảm bảo tuổi thọ, nhà sản xuất quy định chỉ sạc pin khi tốc độ nạp $I(t)$ lớn hơn ít nhất 2 lần tốc độ tiêu hao $n(t)$. Theo quy định này, thời gian sạc tối đa là khoảng 60 phút.

Câu 3: Tại một cánh đồng mẫu lớn chuyên canh lúa, theo thống kê của trạm khuyến nông, có 20% diện tích lúa đang trong giai đoạn ủ bệnh đạo ôn cổ bông. Để tầm soát và phun thuốc phòng ngừa kịp thời, cán bộ nông nghiệp sử dụng một thiết bị bay không người lái (drone) gắn cảm biến quang học để quét qua các cánh đồng. Qua thực nghiệm đánh giá độ chính xác, thiết bị có đặc tính: Nếu một khu vực lúa thực sự đang ủ bệnh, cảm biến sẽ phát tín hiệu cảnh báo đỏ với xác suất 90%. Nếu một khu vực lúa hoàn toàn khỏe mạnh, cảm biến vẫn bị nhiễu và phát tín hiệu cảnh báo đỏ (cảnh báo nhầm) với xác suất 5%. Cán bộ nông nghiệp cho drone quét ngẫu nhiên qua một khu vực lúa bất kỳ trong vùng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Xác suất để khu vực lúa được chọn là khu vực lúa khỏe mạnh (không ủ bệnh) là 0,8.
- b) Xác suất để khu vực lúa được chọn vừa là lúa khỏe mạnh, vừa bị thiết bị phát tín hiệu cảnh báo đỏ là 0,05.
- c) Xác suất để thiết bị phát tín hiệu cảnh báo đỏ đối với khu vực lúa được chọn là 0,22.
- d) Giả sử bay qua một khu vực, cán bộ thấy thiết bị phát tín hiệu cảnh báo đỏ. Xác suất để khu vực lúa đó thực sự đang ủ bệnh đạo ôn là lớn hơn 0,85.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 48$ và hai điểm $A(-1; 6; 4), B(0; 1; -1)$.

- a) Tâm của mặt cầu (S) là điểm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = 4\sqrt{3}$.
- b) Điểm A và B đều nằm ngoài mặt cầu (S) .
- c) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 6 - 5t \\ z = 4 - 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 và cắt mặt cầu (S) tại đúng một điểm.
- d) Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Biết đường tròn (C) có chu vi lớn nhất, phương trình của mặt phẳng $(\alpha): 25x + 17y - 12z - 29 = 0$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người mua một chiếc ô tô điện mới với giá 990 triệu đồng và được nhà sản xuất bảo hành xe và pin 5 năm. Theo dữ liệu từ một công ty nghiên cứu thị trường, trung bình mỗi năm sử dụng, giá trị của xe ô tô điện sẽ giảm 13% so với giá trị của năm liền trước đó. Hỏi sau khi hết bảo hành thì giá trị của chiếc xe này còn bao nhiêu triệu đồng (*làm tròn đến hàng đơn vị*)?

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A và biết cạnh $BC = 12$, góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $90\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AC . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng MN và $A'C'$ (*chỉ làm tròn kết quả tính toán sau cùng đến hàng phần mười*).

Câu 3: Một cửa hàng có 6 giỏ trái cây (mỗi giỏ chứa một loại trái cây khác nhau). Người quản lý muốn bày tất cả chúng lên 3 quầy hàng khác nhau, sao cho:

- + Mỗi quầy có ít nhất một giỏ trái cây.
- + Không xét thứ tự xếp các giỏ trên cùng một quầy.
- + Hai cách sắp xếp được xem là khác nhau nếu có ít nhất một giỏ trái cây được đặt ở quầy khác nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách bày các giỏ trái cây vào 3 quầy hàng đã cho?

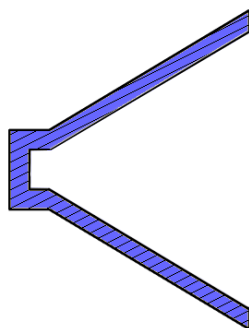
Câu 4: Một thương hiệu trà sữa ra mắt chương trình khuyến mãi: Mỗi ly trà sữa bán ra sẽ được tặng kèm ngẫu nhiên 1 thẻ nhân vật. Có tất cả 4 loại thẻ nhân vật khác nhau (A, B, C, D) với tỷ lệ xuất hiện như nhau ở mỗi ly. Khách hàng sưu tầm đủ 4 loại thẻ sẽ trúng một máy tính bảng. Bạn Nam quyết định mua từng ly trà sữa cho đến khi trúng thưởng. Tính xác suất để bạn Nam trúng thưởng ngay sau khi mua ly trà sữa thứ 5 (làm tròn kết quả tính toán sau cùng đến hai chữ số thập phân).

Câu 5: Tổng chi phí vận hành một hệ thống máy chủ đám mây của một quốc gia mỗi giờ (USD) phụ thuộc vào mức băng thông x (đơn vị: GB/s, $x > 0$) bao gồm hai khoản: chi phí hạ tầng $f(x) = 4800x^2 - 45000x + 125000$ và chi phí thiệt hại do độ trễ $g(x) = \frac{70000}{x}$. Tìm x để tổng chi phí đạt giá trị nhỏ nhất (làm tròn kết quả tính toán sau cùng đến hàng đơn vị).

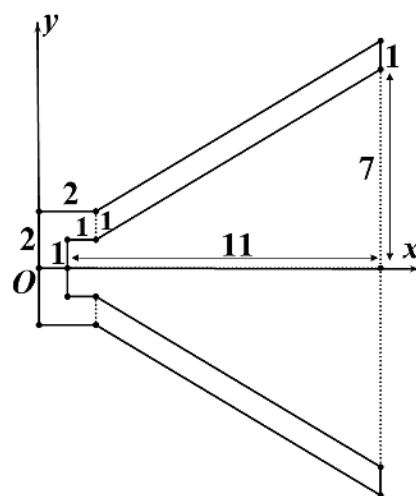
Câu 6: Một người thiết kế một cái loa phóng thanh bằng nhựa có hình dạng khối tròn xoay như Hình 1 bên dưới, có mặt cắt bởi mặt phẳng qua trục của loa như Hình 2 và có bảng vẽ kỹ thuật trên hệ trục Oxy như Hình 3 (đơn vị trên các trục bằng 1 cm). Tính thể tích nhựa để đúc chiếc loa (tính theo cm^3 và làm tròn kết quả tính toán sau cùng đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2



Hình 3

----- HẾT -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

	Mã đề Câu	0101			
Phần I	1	B			
	2	D			
	3	C			
	4	B			
	5	C			
	6	C			
	7	B			
	8	A			
	9	D			
	10	A			
	11	A			
	12	D			
Phần II	1	ĐSSĐ			
	2	ĐĐSS			
	3	ĐSĐS			
	4	ĐSSĐ			
Phần III	1	493			
	2	1.2			
	3	540			
	4	0.14			
	5	5			
	6	305			

HƯỚNG DẪN GIẢI

Được cung cấp bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. Trắc nghiệm một phương án đúng.

Câu 1: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$.

Công bội của cấp số nhân là: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-2} = -3$.

Giá trị của u_3 là: $u_3 = u_2 \cdot q = 6 \cdot (-3) = -18$.

Chọn đáp án: B.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$.

Do đó, đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

Chọn đáp án: D.

Câu 3: Đường thẳng (Δ) có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 2t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Hệ số của tham số t lần lượt là $-4, 2, 1$. Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (-4; 2; 1)$.

Chọn đáp án: C.

Câu 4: Mặt cầu (S) có phương trình: $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$.

Công thức tổng quát là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$, suy ra $R^2 = 16 \Rightarrow R = 4$.

Chọn đáp án: B.

Câu 5: Diện tích S của phần hình phẳng gạch chéo được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$.

Vì $y = \frac{x^2}{4} \geq 0$ với mọi $x \in [1; 3]$ nên công thức tính diện tích là: $S = \int_1^3 \frac{x^2}{4} dx$.

Chọn đáp án: C.

Câu 6: Phương trình: $\tan(x - 60^\circ) = 0$.

Điều kiện: $x - 60^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x \neq 150^\circ + k180^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình tương đương với: $x - 60^\circ = k180^\circ \Leftrightarrow x = 60^\circ + k180^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án: C.

Câu 7: Tính tích phân nguyên hàm: $\int (e^x - 1)dx$.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int e^x dx = e^x + C$ và $\int 1dx = x + C$.

Kết quả thu được là: $e^x - x + C$.

Chọn đáp án: B.

Câu 8: Trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bên $B'C'$ vuông góc với hai cạnh $A'B'$ và $C'D'$ thuộc mặt phẳng đáy trên, đồng thời vuông góc với các cạnh đứng nối tiếp xuống đáy dưới.

Do tính chất hình hộp chữ nhật, đường thẳng $B'C'$ vuông góc với mặt bên $(DD'C'C)$.

Chọn đáp án: A.

Câu 9: Khối gỗ có hình dạng lăng trụ tam giác đều với độ dài cạnh đáy $a = 5$ cm và chiều cao $h = 8$ cm.

Diện tích đáy là diện tích của tam giác đều: $S_{\text{đáy}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{5^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 8 = 50\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án: D.

Câu 10: Bất phương trình: $\log_{0.5} x \geq -2$.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Vì cơ số $0.5 < 1$ nên bất phương trình đổi chiều: $x \leq 0.5^{-2} \Leftrightarrow x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm là $S = (0; 4]$.

Chọn đáp án: A.

Câu 11: Tổng số học sinh trong bảng thống kê là: $N = 10 + 2 + 20 + 9 + 8 + 1 = 50$.

Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 : Vị trí là $\frac{N}{4} = 12.5$. Nhóm chứa Q_1 là nhóm $[120; 180)$.

$$Q_1 = 120 + \frac{12.5 - 12}{20} \cdot 60 = 121.5$$

Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3 : Vị trí là $\frac{3N}{4} = 37.5$. Nhóm chứa Q_3 là nhóm $[180; 240)$.

$$Q_3 = 180 + \frac{37.5 - 32}{9} \cdot 60 = \frac{650}{3} \approx 216.67$$

Khoảng tứ phân vị thu được là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 216.67 - 121.5 \approx 95.2$.

Chọn đáp án: A.

Câu 12: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Theo tính chất trọng tâm tam giác, với một điểm S bất kỳ trong không gian, ta luôn có hệ thức vector: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$.

Chọn đáp án: D.

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

a) ĐÚNG: Điều kiện xác định là $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$. Tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) SAI: Đạo hàm chuẩn của hàm số là: $y' = \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$. Biểu thức đề bài cho dấu âm là sai.

c) SAI: Vì $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in D$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, không phải nghịch biến.

d) ĐÚNG: Trên nửa khoảng $[-2; -1)$, hàm số đồng biến nên giá trị nhỏ nhất đạt tại $x = -2$. Khi đó $\min y = y(-2) = \frac{2(-2)-1}{-2+1} = 5$.

Câu 2:

a) ĐÚNG: Tốc độ biến thiên điện tích tích lũy là đạo hàm $Q'(t) = h(t) = I(t) - n(t) = 600e^{-0.01t} - 10e^{0.04t}$.

b) ĐÚNG: Tìm họ nguyên hàm của $h(t)$:

$$Q(t) = \int (600e^{-0.01t} - 10e^{0.04t}) dt = \frac{600}{-0.01} e^{-0.01t} - \frac{10}{0.04} e^{0.04t} + C = -60000e^{-0.01t} - 250e^{0.04t} + C$$

c) SAI: Sử dụng điều kiện ban đầu $Q(0) = 0 \Rightarrow -60000 - 250 + C = 0 \Rightarrow C = 60250$. Do đó phương trình điện tích là $Q(t) = -60000e^{-0.01t} - 250e^{0.04t} + 60250$. Tại $t = 30$:

$Q(30) = -60000e^{-0.3} - 250e^{1.2} + 60250 \approx 14971$ mAh. Mức này nhỏ hơn 50% dung lượng thiết kế (15000 mAh).

d) SAI : Nhà sản xuất yêu cầu

$I(t) \geq 2n(t) \Leftrightarrow 600e^{-0.01t} \geq 20e^{0.04t} \Leftrightarrow 30 \geq e^{0.05t} \Leftrightarrow t \leq \frac{\ln(30)}{0.05} \approx 68$ phút. Con số sặc tối đa khoảng 68 phút chứ không phải 60 phút.

Câu 3: Gọi B là biến cố "Khu vực lúa ủ bệnh" $\Rightarrow P(B) = 0.2$ và $P(K) = 0.8$ (khỏe mạnh).

Gọi D là biến cố "Cảm biến phát tín hiệu đỏ". Ta có $P(D|B) = 0.9$ và $P(D|K) = 0.05$.

a) ĐÚNG : Xác suất khu vực lúa khỏe mạnh là $P(K) = 1 - 0.2 = 0.8$.

b) SAI : Xác suất khu vực vừa khỏe mạnh vừa bị báo đỏ là:

$$P(K \cap D) = P(K) \cdot P(D|K) = 0.8 \cdot 0.05 = 0.04.$$

c) ĐÚNG : Xác suất tổng thể thiết bị báo đỏ là:

$$P(D) = P(B) \cdot P(D|B) + P(K) \cdot P(D|K) = 0.2 \cdot 0.9 + 0.8 \cdot 0.05 = 0.22.$$

d) SAI : Khi thiết bị đã báo đỏ, xác suất thực sự bị bệnh là:

$$P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.18}{0.22} = \frac{9}{11} \approx 0.818. \text{ Giá trị này nhỏ hơn } 0.85.$$

Câu 4:

a) ĐÚNG : Phương trình mặt cầu (S) cho thấy tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

b) SAI: Ta tính khoảng cách từ tâm đến hai điểm:

$$IA^2 = (-1-3)^2 + (6+2)^2 + (4-1)^2 = 89 > 48 \Rightarrow A \text{ nằm ngoài } (S).$$

$IB^2 = (0-3)^2 + (1+2)^2 + (-1-1)^2 = 22 < 48 \Rightarrow B$ nằm trong mặt cầu (S). Do đó ý khẳng định cả hai cùng nằm ngoài là sai.

c) SAI : Đường thẳng AB đi qua một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài mặt cầu nên bắt buộc phải cắt mặt cầu tại đúng 2 điểm phân biệt, không thể cắt tại đúng 1 điểm.

d) ĐÚNG : Đường tròn có chu vi lớn nhất khi mặt phẳng (α) đi qua tâm $I(3; -2; 1)$. Khi đó mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, I .

Vector chỉ phương: $\overrightarrow{AB} = (1; -5; -5)$ và $\overrightarrow{IB} = (-3; 3; -2)$.

Vector pháp tuyến: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IB}] = (25; 17; -12)$.

Phương trình mặt phẳng (α) qua $B(0; 1; -1)$ là:

$$25x + 17(y-1) - 12(z+1) = 0 \Leftrightarrow 25x + 17y - 12z - 29 = 0.$$

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1.

Giá trị xe giảm 13% mỗi năm, tức là giá trị còn lại bằng 87% so với năm trước đó.

Sau 5 năm hết bảo hành, giá trị chiếc xe còn lại là:

$$V = 990 \cdot (0.87)^5 \approx 493.44 \text{ (triệu đồng)}$$

Đáp số: 493

Câu 2.

Gọi cạnh bên của tam giác cân ABC tại A là x ($AB = AC = x$). Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC :

$$BC^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos(30^\circ) \Leftrightarrow 12^2 = 2x^2 - x^2 \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{2 - \sqrt{3}} = 144(2 + \sqrt{3})$$

$$\text{Diện tích đáy lăng trụ là: } S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin(30^\circ) = \frac{1}{4} x^2 = 36(2 + \sqrt{3}).$$

Chiều cao lăng trụ h bằng khoảng cách giữa hai đáy:

$$h = \frac{V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{90\sqrt{3}}{36(2 + \sqrt{3})} = \frac{5\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{2} = \frac{10\sqrt{3} - 15}{2} \approx 1.16 \text{ cm}$$

Vì $MN \parallel BC \parallel B'C'$ nên đường thẳng $MN \parallel (A'B'C')$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng thẳng hàng chéo nhau MN và $A'C'$ chính bằng khoảng cách giữa hai mặt đáy lăng trụ, tức là bằng $h \approx 1.2$.

Đáp số: 1.2

Câu 3.

Bài toán yêu cầu xếp 6 giỏ trái cây khác nhau vào 3 quầy phân biệt sao cho quầy nào cũng có ít nhất 1 giỏ.

Sử dụng nguyên lý bao hàm - loại trừ:

Tổng số cách xếp tùy ý 6 giỏ vào 3 quầy là: $3^6 = 729$ cách.

Số cách xếp sao cho có ít nhất một quầy trống: $\binom{3}{1} \cdot 2^6 - \binom{3}{2} \cdot 1^6 = 3 \cdot 64 - 3 \cdot 1 = 189$ cách.

Số cách xếp thỏa mãn điều kiện đề bài là: $729 - 189 = 540$ cách.

Đáp số: 540

Câu 4.

Để bạn Nam trúng thưởng ở đúng ly thứ 5, thì trong 4 ly đầu Nam phải thu thập được đúng 3 loại thẻ khác nhau, và ly thứ 5 phải ra trúng loại thẻ thứ 4 còn thiếu.

Số cách chọn loại thẻ xuất hiện ở ly thứ 5: $\binom{4}{1} = 4$ cách.

Số cách chọn sắp xếp sao cho 4 ly đầu chứa đủ đúng 3 loại thẻ đã định trước (cấu trúc gồm một loại xuất hiện 2 lần, hai loại xuất hiện 1 lần): $\frac{4!}{2!1!1!} \cdot \binom{3}{1} = 12 \cdot 3 = 36$ cách.

Xác suất cần tìm: $P = \frac{4 \cdot 36}{4^5} = \frac{144}{1024} = 0.140625 \approx 0.14$.

Đáp số: 0.14

Câu 5.

Hàm tổng chi phí vận hành hệ thống đám mây mỗi giờ là:

$$C(x) = f(x) + g(x) = 4800x^2 - 45000x + 125000 + \frac{70000}{x}$$

Tìm đạo hàm để tối ưu chi phí: $C'(x) = 9600x - 45000 - \frac{70000}{x^2}$.

Cho $C'(x) = 0 \Leftrightarrow 9600x^3 - 45000x^2 - 70000 = 0 \Leftrightarrow 48x^3 - 225x^2 - 350 = 0$.

Giải phương trình bậc ba trên vùng số thực dương $x > 0$, ta thu được nghiệm duy nhất $x \approx 4.97$.
Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị thu được $x = 5$.

Đáp số: 5

Câu 6.

Chiếc loa là khối tròn xoay được tạo ra khi quay phần diện tích phẳng quanh trục Ox . Từ hình vẽ thiết kế kỹ thuật Hình 3, ta chia hình phẳng thành 3 miền tích phân theo biến x :

Miền 1 từ $x = 0$ đến $x = 1$: Phần đuôi loa đặc hoàn toàn giới hạn ngoài bởi đường thẳng $y = 2$.

$$V_1 = \pi \int_0^1 2^2 dx = 4\pi$$

Miền 2 từ $x = 1$ đến $x = 2$: Phần hình ống đuôi loa, giới hạn ngoài bởi $y = 2$ và giới hạn trong bởi đường thẳng $y = 1$.

$$V_2 = \pi \int_1^2 (2^2 - 1^2) dx = 3\pi$$

Miền 3 từ $x = 2$ đến $x = 12$: Phần thân loa loe rộng.

Đường biên ngoài đi qua (2;2) và (12;8) có phương trình: $y_1 = 0.6x + 0.8$.

Đường biên trong đi qua (2;1) và (12;7) có phương trình: $y_2 = 0.6x - 0.2$.

$$V_3 = \pi \int_2^{12} (y_1^2 - y_2^2) dx = \pi \int_2^{12} (1.2x + 0.6) dx = \pi \left[0.6x^2 + 0.6x \right]_2^{12} = 90\pi$$

Tổng thể tích nhựa đúc loa là: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 4\pi + 3\pi + 90\pi = 97\pi \approx 304.73 \text{ (cm}^3\text{)}$. Làm tròn đến hàng đơn vị thu được 305.

Đáp số: 305

_____ **HẾT** _____

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 1201

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị a ?

- A. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. B. $\sin 2a = \sin a \cos a$.
 C. $\sin 2a = 2 \sin a$. D. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$		4		$+\infty$
			0		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$. Giá trị của $|\vec{u}|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. 2. D. $\sqrt{11}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 1$. B. $R = 7$. C. $R = \sqrt{99}$. D. $R = \sqrt{151}$.

Câu 6. Thời gian tập thể dục mỗi ngày của bạn Tuấn được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 23,75. B. 7,5. C. 7,85. D. 8,125.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SBC) \perp (SAI)$. B. $(SDC) \perp (SAI)$. C. $(SCD) \perp (SAD)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $-x^3 + \sin x + C$. B. $6x - \sin x + C$. C. $x^3 + \sin x + C$. D. $x^3 - \sin x + C$.

Câu 9. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $A(-2; 2; 0)$. B. $B(1; 2; 3)$. C. $C(-3; 0; 3)$. D. $D(3; 0; 3)$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 9. B. 7. C. Vô số. D. 8.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 + u_5 = 10$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = 2$. B. $d = \frac{3}{2}$. C. $d = 3$. D. $d = 1$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Trước trận chung kết cúp C1 Châu Âu giữa hai câu lạc bộ bóng đá Arsenal và Paris Saint-Germain, một nhóm cổ động viên là sinh viên hai trường đại học A và đại học B đã tập trung tại một quán Cafe bóng đá. Tại đây, các cổ động viên được người quản lý cùng nhân viên phục vụ của quán hỏi về việc dự đoán câu lạc bộ nào sẽ lên ngôi vô địch. Người quản lý thống kê được kết quả như sau:

- Có 100 cổ động viên đến từ trường đại học A, 150 cổ động viên đến từ trường đại học B.
- Mỗi cổ động viên đều dự đoán đội vô địch, không có cổ động viên nào không dự đoán kết quả.
- Trong số các cổ động viên đến từ trường đại học A, có 38% số người dự đoán Arsenal vô địch.
- Có tất cả 115 cổ động viên dự đoán Paris Saint-Germain vô địch.

Chọn ngẫu nhiên một cổ động viên, gọi X là biến cố “Cổ động viên đó đến từ trường đại học A”, Y là biến cố “Cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch”.

a) $P(Y | X) = 0,38$.

b) $P(Y) = 0,46$.

c) $P(\overline{Y} | \overline{X}) = \frac{53}{150}$.

d) Biết rằng cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch, xác suất để cổ động viên đó đến từ trường đại học B là 0,67 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

a) $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 2)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 3y - 5z + 5 = 0$.

c) Mặt cầu tâm $I(1; 4; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{8}{\sqrt{35}}$.

d) Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (ABC) , tam giác ABM cân tại M và MA song song với mặt phẳng (Oyz) . Khi đó, $a + 18b + 12c = 56$.

Câu 3. Trên vùng thảo nguyên Châu Phi rộng lớn, một con sư tử đang chuẩn bị cuộc đi săn mồi. Từ trạng thái nghỉ, con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi theo một con linh dương. Vận tốc của con sư tử khi tăng tốc được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = kt^3 + 4t$, ($k \in \mathbb{R}$) với t là thời gian kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ đến khi đạt vận tốc tối đa, t tính bằng giây (s), $v(t)$ tính bằng m/s. Từ khoảng cách 50 m, cùng thời điểm con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi, con linh dương bỏ chạy theo hướng di chuyển của con sư tử với vận tốc 10 m/s. Biết rằng sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ, con sư tử đã di chuyển được quãng đường 17,25 m và vẫn đang trong quá trình tăng tốc.

a) Gia tốc của con sư tử tại thời điểm bắt đầu đuổi theo con linh dương là 4 m/s².

b) Quãng đường con sư tử di chuyển được sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ được tính

theo công thức $S = \int_0^3 v^2(t) dt$.

c) $k = -\frac{1}{24}$.

d) Sau khi đạt đến vận tốc tối đa, con sư tử có thể duy trì vận tốc đó trong 6 giây. Sau đó nếu không đuổi kịp con mồi, nó sẽ giảm tốc độ và từ bỏ cuộc đi săn. Biết rằng con sư tử không đuổi kịp con mồi, tại thời điểm bắt đầu giảm tốc độ, khoảng cách giữa nó và con linh dương nhỏ hơn 15 m.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 16.

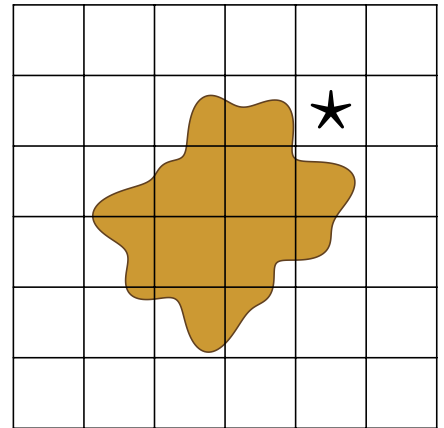
c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x}$ có tâm đối xứng là $I(0; -4)$.

d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một lưới ô vuông $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Trên lưới có một vết dầu nằm ở vị trí giữa lưới như trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 cm^2 và bị “dính vết dầu”? *Lưu ý:*

- Hình chữ nhật (bao gồm cả hình vuông) có các cạnh nằm trên các đường kẻ của lưới ô vuông.
- “Dính vết dầu” được hiểu là dính toàn bộ hoặc dính một phần của vết dầu.
- Ô vuông $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ được đánh dấu $\star$ không dính vết dầu.



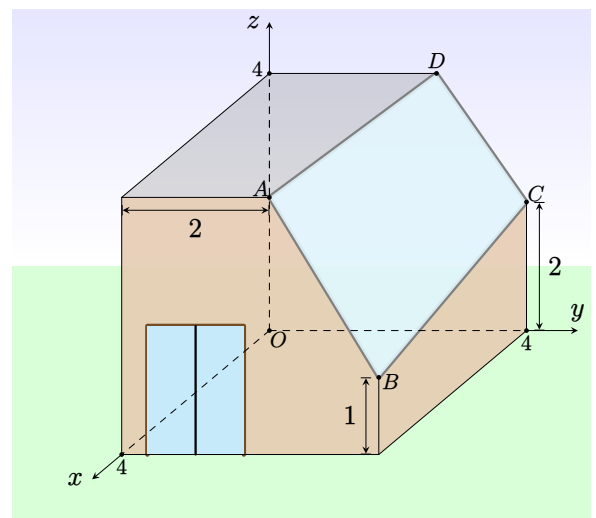
Đáp án:

Câu 2. Doanh nghiệp A đang có kế hoạch sản xuất một mặt hàng phục vụ trong những sự kiện đặc biệt. Bộ phận phân tích thị trường báo cáo rằng: Trong 1 tháng, tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75000}{x}$ (đơn vị: triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán ra của một sản phẩm là 1,1 triệu đồng. Hỏi trong 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp A thu được số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng trong tháng đó doanh nghiệp bán hết được số sản phẩm sản xuất ra?

Đáp án:

Câu 3. Một ngôi nhà được thiết kế 1 mặt kính có dạng là hình tứ giác $ABCD$ để ngắm cảnh bên ngoài. Ngôi nhà cao 4 mét được đặt vuông góc với mặt đất, sàn nhà là hình vuông có cạnh bằng 4 mét, trên hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt kính $ABCD$ được thiết kế như hình vẽ. Để gia cố chắc chắn cho mặt kính, người chủ nhà dự định dùng hai thanh xà gỗ lắp đặt như sau:

- Thanh thứ nhất một đầu cố định vào trung điểm của BC , dựng vuông góc với mặt kính, đầu còn lại cố định dưới sàn nhà.
- Thanh thứ hai một đầu cố định vào điểm $P(2; 3; 0)$ dưới sàn nhà, dựng vuông góc với mặt đất, đầu còn lại cố định vào mặt kính.

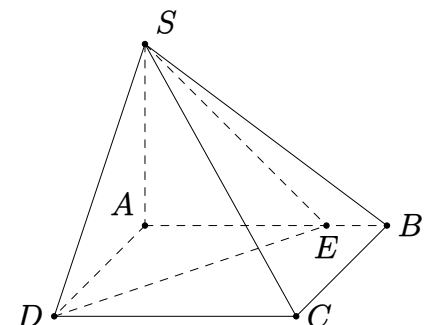


Hỏi tổng độ dài của hai thanh xà gỗ là bao nhiêu mét (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Đáp án:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2$, $AB = 4$, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDE) bằng $\frac{3}{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng bao nhiêu (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Đáp án:



Câu 5. Bạn Tuấn tham gia một thử thách toán học. Theo quy định, người chơi cần chọn ra 2 biểu thức phân biệt từ 20 biểu thức của tập $S = \left\{ \log(\sqrt[3]{x}); \log(\sqrt[3]{x^2}); \log(\sqrt[3]{x^3}); \dots; \log(\sqrt[3]{x^{20}}) \right\}$ ($x > 0$)

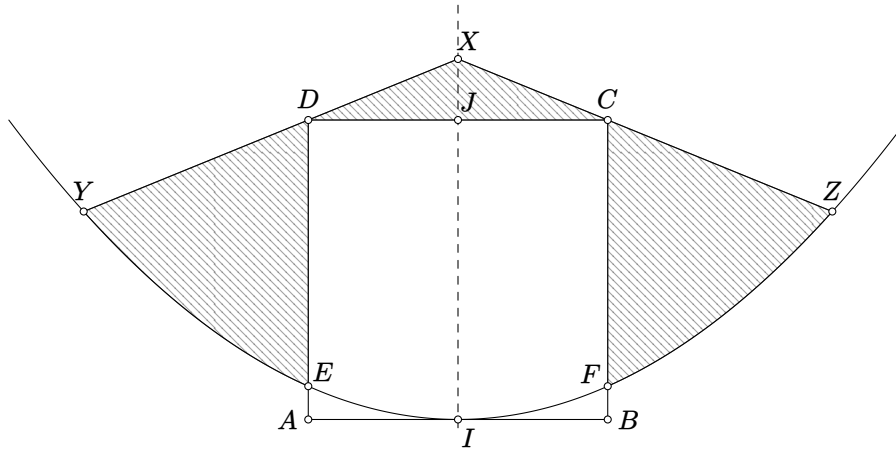
và xếp mỗi biểu thức vào đúng một trong hai vị trí như hình dưới đây sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một biểu thức:

$$\boxed{} + \boxed{} = 20$$

Khi đó tạo thành một phương trình với x là ẩn và thử thách được giải nếu nghiệm của phương trình là một số tự nhiên. Bạn Tuấn chọn ngẫu nhiên 2 biểu thức từ tập S để xếp vào các vị trí trên. Gọi p là xác suất để Tuấn giải được thử thách đó. Giá trị $760p$ bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 6. Trong mặt phẳng, xét hình vẽ sau:

- Hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 36 với I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .
- Hai điểm E, F lần lượt thuộc hai cạnh AD và BC sao cho $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}$.
- Parabol (P) đi qua ba điểm E, I, F .
- Lấy điểm X thuộc tia đối của tia JI (X có thể trùng với J).
- Đường thẳng XD và XC lần lượt cắt parabol (P) tại Y và Z .



Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình trên có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 1202

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị a ?

- A. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$. B. $\sin 2a = \sin a \cos a$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\sin 2a = 2 \sin a$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$. Giá trị của $|\vec{u}|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{11}$. D. 2.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 1$. B. $R = 7$. C. $R = \sqrt{151}$. D. $R = \sqrt{99}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 7. B. 8. C. Vô số. D. 9.

Câu 7. Thời gian tập thể dục mỗi ngày của bạn Tuấn được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 7,85. B. 8,125. C. 7,5. D. 23,75.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SBD) \perp (SAC)$. B. $(SDC) \perp (SAI)$. C. $(SBC) \perp (SAI)$. D. $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 + u_5 = 10$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = 3$. B. $d = \frac{3}{2}$. C. $d = 2$. D. $d = 1$.

Câu 10. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. $\frac{15}{4}$. D. 9.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $6x - \sin x + C$. B. $-x^3 + \sin x + C$. C. $x^3 - \sin x + C$. D. $x^3 + \sin x + C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $C(-3; 0; 3)$. B. $A(-2; 2; 0)$. C. $B(1; 2; 3)$. D. $D(3; 0; 3)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

- a) $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 2)$.
 b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 3y - 5z + 5 = 0$.
 c) Mặt cầu tâm $I(1; 4; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{8}{\sqrt{35}}$.
 d) Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (ABC) , tam giác ABM cân tại M và MA song song với mặt phẳng (Oyz) . Khi đó, $a + 18b + 12c = 56$.

Câu 2. Trước trận chung kết cúp C1 Châu Âu giữa hai câu lạc bộ bóng đá Arsenal và Paris Saint-Germain, một nhóm cổ động viên là sinh viên hai trường đại học A và đại học B đã tập trung tại một quán Cafe bóng đá. Tại đây, các cổ động viên được người quản lý cùng nhân viên phục vụ của quán hỏi về việc dự đoán câu lạc bộ nào sẽ lên ngôi vô địch. Người quản lý thống kê được kết quả như sau:

- Có 100 cổ động viên đến từ trường đại học A, 150 cổ động viên đến từ trường đại học B.
- Mỗi cổ động viên đều dự đoán đội vô địch, không có cổ động viên nào không dự đoán kết quả.
- Trong số các cổ động viên đến từ trường đại học A, có 38% số người dự đoán Arsenal vô địch.
- Có tất cả 115 cổ động viên dự đoán Paris Saint-Germain vô địch.

Chọn ngẫu nhiên một cổ động viên, gọi X là biến cố “Cổ động viên đó đến từ trường đại học A”, Y là biến cố “Cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch”.

- a) $P(Y | X) = 0,38$.
 b) $P(Y) = 0,46$.
 c) $P(\overline{Y} | \overline{X}) = \frac{53}{150}$.
 d) Biết rằng cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch, xác suất để cổ động viên đó đến từ trường đại học B là 0,67 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

- a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6$.
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 16.
 c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x}$ có tâm đối xứng là $I(0; -4)$.
 d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 4. Trên vùng thảo nguyên Châu Phi rộng lớn, một con sư tử đang chuẩn bị cuộc đi săn mồi. Từ trạng thái nghỉ, con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi theo một con linh dương. Vận tốc của con sư tử khi tăng tốc được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = kt^3 + 4t$, ($k \in \mathbb{R}$) với t là thời gian kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ đến khi đạt vận tốc tối đa, t tính bằng giây (s), $v(t)$ tính bằng m/s. Từ khoảng cách 50 m, cùng thời điểm con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi, con linh dương bỏ chạy theo hướng di chuyển của con sư tử với vận tốc 10 m/s. Biết rằng sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ, con sư tử đã di chuyển được quãng đường 17,25 m và vẫn đang trong quá trình tăng tốc.

- a) Gia tốc của con sư tử tại thời điểm bắt đầu đuổi theo con linh dương là 4 m/s².
 b) Quãng đường con sư tử di chuyển được sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ được tính theo công thức $S = \int_0^3 v^2(t) dt$.

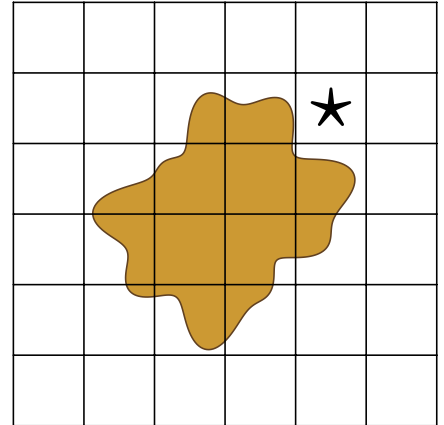
c) $k = -\frac{1}{24}$.

- d) Sau khi đạt đến vận tốc tối đa, con sư tử có thể duy trì vận tốc đó trong 6 giây. Sau đó nếu không đuổi kịp con mồi, nó sẽ giảm tốc độ và từ bỏ cuộc đi săn. Biết rằng con sư tử không đuổi kịp con mồi, tại thời điểm bắt đầu giảm tốc độ, khoảng cách giữa nó và con linh dương nhỏ hơn 15 m.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

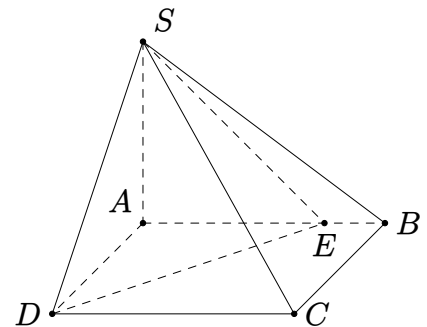
Câu 1. Cho một lưới ô vuông $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Trên lưới có một vết dầu nằm ở vị trí giữa lưới như trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 cm^2 và bị “dính vết dầu”? *Lưu ý:*

- Hình chữ nhật (bao gồm cả hình vuông) có các cạnh nằm trên các đường kẻ của lưới ô vuông.
- “Dính vết dầu” được hiểu là dính toàn bộ hoặc dính một phần của vết dầu.
- Ô vuông $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ được đánh dấu $\star$ không dính vết dầu.



Đáp án:

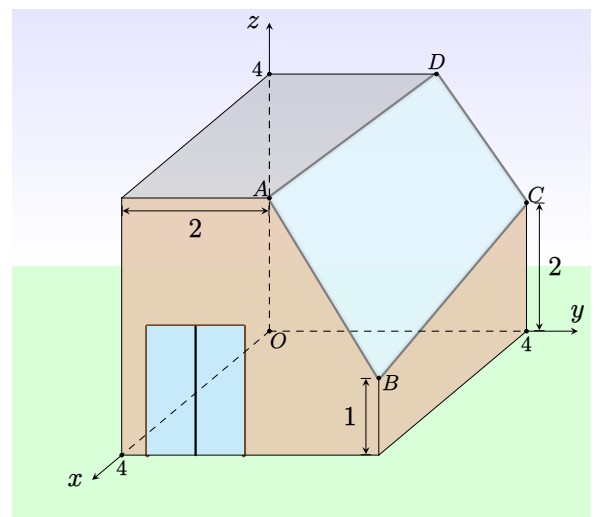
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2$, $AB = 4$, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDE) bằng $\frac{3}{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng bao nhiêu (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Đáp án:

Câu 3. Một ngôi nhà được thiết kế 1 mặt kính có dạng là hình tứ giác $ABCD$ để ngắm cảnh bên ngoài. Ngôi nhà cao 4 mét được đặt vuông góc với mặt đất, sàn nhà là hình vuông có cạnh bằng 4 mét, trên hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt kính $ABCD$ được thiết kế như hình vẽ. Để gia cố chắc chắn cho mặt kính, người chủ nhà dự định dùng hai thanh xà gỗ lắp đặt như sau:

- Thanh thứ nhất một đầu cố định vào trung điểm của BC , dựng vuông góc với mặt kính, đầu còn lại cố định dưới sàn nhà.
- Thanh thứ hai một đầu cố định vào điểm $P(2; 3; 0)$ dưới sàn nhà, dựng vuông góc với mặt đất, đầu còn lại cố định vào mặt kính.



Hỏi tổng độ dài của hai thanh xà gỗ là bao nhiêu mét (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Đáp án:

Câu 4. Doanh nghiệp A đang có kế hoạch sản xuất một mặt hàng phục vụ trong những sự kiện đặc biệt. Bộ phận phân tích thị trường báo cáo rằng: Trong 1 tháng, tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75\,000}{x}$ (đơn vị: triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán ra của một sản phẩm là 1,1 triệu đồng. Hỏi trong 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên,

doanh nghiệp A thu được số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng trong tháng đó doanh nghiệp bán hết được số sản phẩm sản xuất ra? **Đáp án:**

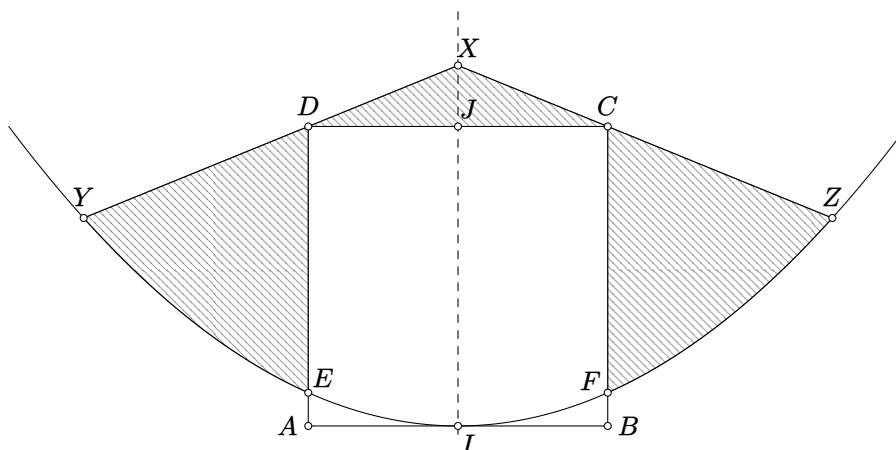
Câu 5. Bạn Tuấn tham gia một thử thách toán học. Theo quy định, người chơi cần chọn ra 2 biểu thức phân biệt từ 20 biểu thức của tập $S = \left\{ \log(\sqrt[3]{x}); \log(\sqrt[3]{x^2}); \log(\sqrt[3]{x^3}); \dots; \log(\sqrt[3]{x^{20}}) \right\} (x > 0)$ và xếp mỗi biểu thức vào đúng một trong hai vị trí như hình dưới đây sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một biểu thức:

$$\boxed{} + \boxed{} = 20$$

Khi đó tạo thành một phương trình với x là ẩn và thử thách được giải nếu nghiệm của phương trình là một số tự nhiên. Bạn Tuấn chọn ngẫu nhiên 2 biểu thức từ tập S để xếp vào các vị trí trên. Gọi p là xác suất để Tuấn giải được thử thách đó. Giá trị $760p$ bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 6. Trong mặt phẳng, xét hình vẽ sau:

- Hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 36 với I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .
- Hai điểm E, F lần lượt thuộc hai cạnh AD và BC sao cho $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}$.
- Parabol (P) đi qua ba điểm E, I, F .
- Lấy điểm X thuộc tia đối của tia JI (X có thể trùng với J).
- Đường thẳng XD và XC lần lượt cắt parabol (P) tại Y và Z .



Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình trên có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 1203

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị a ?

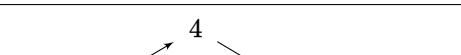
- A. $\sin 2a = 2 \sin a$. B. $\sin 2a = \sin a \cos a$.
C. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$. D. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$. Giá trị của $|\vec{u}|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{11}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$				$+\infty$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = \sqrt{99}$. B. $R = 7$. C. $R = 1$. D. $R = \sqrt{151}$.

Câu 6. Thời gian tập thể dục mỗi ngày của bạn Tuấn được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 7,5. B. 7,85. C. 23,75. D. 8,125.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 + u_5 = 10$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = \frac{3}{2}$. B. $d = 3$. C. $d = 1$. D. $d = 2$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 9. B. 8. C. Vô số. D. 7.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $C(-3; 0; 3)$. B. $D(3; 0; 3)$. C. $B(1; 2; 3)$. D. $A(-2; 2; 0)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SCD) \perp (SAD)$. B. $(SDC) \perp (SAI)$. C. $(SBC) \perp (SAI)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $-x^3 + \sin x + C$. B. $x^3 + \sin x + C$. C. $6x - \sin x + C$. D. $x^3 - \sin x + C$.

Câu 12. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{23}{4}$. C. 7. D. 9.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

- a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 16.
- c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x}$ có tâm đối xứng là $I(0; -4)$.
- d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 2. Trước trận chung kết cúp C1 Châu Âu giữa hai câu lạc bộ bóng đá Arsenal và Paris Saint-Germain, một nhóm cổ động viên là sinh viên hai trường đại học A và đại học B đã tập trung tại một quán Cafe bóng đá. Tại đây, các cổ động viên được người quản lý cùng nhân viên phục vụ của quán hỏi về việc dự đoán câu lạc bộ nào sẽ lên ngôi vô địch. Người quản lý thống kê được kết quả như sau:

- Có 100 cổ động viên đến từ trường đại học A, 150 cổ động viên đến từ trường đại học B.
- Mỗi cổ động viên đều dự đoán đội vô địch, không có cổ động viên nào không dự đoán kết quả.
- Trong số các cổ động viên đến từ trường đại học A, có 38% số người dự đoán Arsenal vô địch.
- Có tất cả 115 cổ động viên dự đoán Paris Saint-Germain vô địch.

Chọn ngẫu nhiên một cổ động viên, gọi X là biến cố “Cổ động viên đó đến từ trường đại học A”, Y là biến cố “Cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch”.

- a) $P(Y | X) = 0,38$.
- b) $P(Y) = 0,46$.
- c) $P(\overline{Y} | \overline{X}) = \frac{53}{150}$.
- d) Biết rằng cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch, xác suất để cổ động viên đó đến từ trường đại học B là 0,67 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3. Trên vùng thảo nguyên Châu Phi rộng lớn, một con sư tử đang chuẩn bị cuộc đi săn mồi. Từ trạng thái nghỉ, con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi theo một con linh dương. Vận tốc của con sư tử khi tăng tốc được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = kt^3 + 4t$, ($k \in \mathbb{R}$) với t là thời gian kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ đến khi đạt vận tốc tối đa, t tính bằng giây (s), $v(t)$ tính bằng m/s. Từ khoảng cách 50 m, cùng thời điểm con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi, con linh dương bỏ chạy theo hướng di chuyển của con sư tử với vận tốc 10 m/s. Biết rằng sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ, con sư tử đã di chuyển được quãng đường 17,25 m và vẫn đang trong quá trình tăng tốc.

- a) Gia tốc của con sư tử tại thời điểm bắt đầu đuổi theo con linh dương là 4 m/s².
- b) Quãng đường con sư tử di chuyển được sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ được tính

theo công thức $S = \int_0^3 v^2(t) dt$.

- c) $k = -\frac{1}{24}$.
- d) Sau khi đạt đến vận tốc tối đa, con sư tử có thể duy trì vận tốc đó trong 6 giây. Sau đó nếu không đuổi kịp con mồi, nó sẽ giảm tốc độ và từ bỏ cuộc đi săn. Biết rằng con sư tử không đuổi kịp con mồi, tại thời điểm bắt đầu giảm tốc độ, khoảng cách giữa nó và con linh dương nhỏ hơn 15 m.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

- a) $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 2)$.
- b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 3y - 5z + 5 = 0$.
- c) Mặt cầu tâm $I(1; 4; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{8}{\sqrt{35}}$.
- d) Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (ABC) , tam giác ABM cân tại M và MA song song với mặt phẳng (Oyz) . Khi đó, $a + 18b + 12c = 56$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

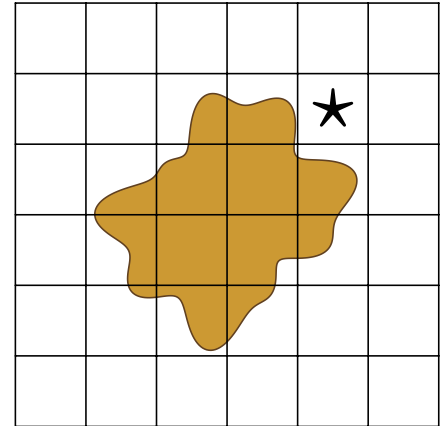
Câu 1. Bạn Tuấn tham gia một thử thách toán học. Theo quy định, người chơi cần chọn ra 2 biểu thức phân biệt từ 20 biểu thức của tập $S = \left\{ \log(\sqrt[3]{x}); \log(\sqrt[3]{x^2}); \log(\sqrt[3]{x^3}); \dots; \log(\sqrt[3]{x^{20}}) \right\}$ ($x > 0$) và xếp mỗi biểu thức vào đúng một trong hai vị trí như hình dưới đây sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một biểu thức:

$$\boxed{} + \boxed{} = 20$$

Khi đó tạo thành một phương trình với x là ẩn và thử thách được giải nếu nghiệm của phương trình là một số tự nhiên. Bạn Tuấn chọn ngẫu nhiên 2 biểu thức từ tập S để xếp vào các vị trí trên. Gọi p là xác suất để Tuấn giải được thử thách đó. Giá trị $760p$ bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 2. Cho một lưới ô vuông $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. Trên lưới có một vết dầu nằm ở vị trí giữa lưới như trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 cm^2 và bị “dính vết dầu”? *Lưu ý:*

- Hình chữ nhật (bao gồm cả hình vuông) có các cạnh nằm trên các đường kẻ của lưới ô vuông.
- “Dính vết dầu” được hiểu là dính toàn bộ hoặc dính một phần của vết dầu.
- Ô vuông $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ được đánh dấu $\star$ không dính vết dầu.

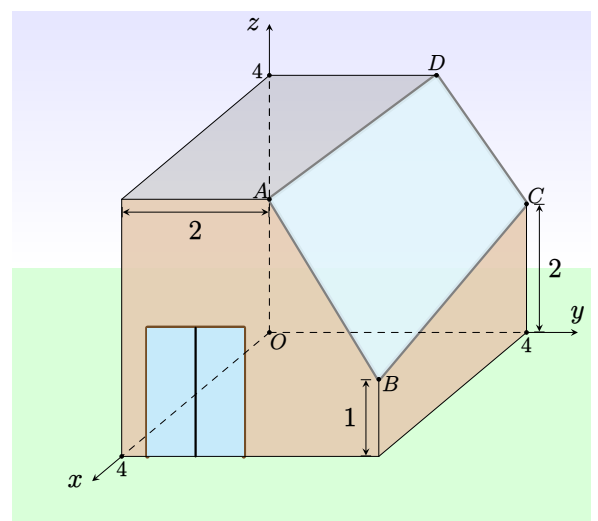


Đáp án:

Câu 3. Doanh nghiệp A đang có kế hoạch sản xuất một mặt hàng phục vụ trong những sự kiện đặc biệt. Bộ phận phân tích thị trường báo cáo rằng: Trong 1 tháng, tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75\,000}{x}$ (đơn vị: triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán ra của một sản phẩm là 1,1 triệu đồng. Hỏi trong 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp A thu được số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng trong tháng đó doanh nghiệp bán hết được số sản phẩm sản xuất ra? **Đáp án:**

Câu 4. Một ngôi nhà được thiết kế 1 mặt kính có dạng là hình tứ giác $ABCD$ để ngắm cảnh bên ngoài. Ngôi nhà cao 4 mét được đặt vuông góc với mặt đất, sàn nhà là hình vuông có cạnh bằng 4 mét, trên hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt kính $ABCD$ được thiết kế như hình vẽ. Để gia cố chắc chắn cho mặt kính, người chủ nhà dự định dùng hai thanh xà gồ lắp đặt như sau:

- Thanh thứ nhất một đầu cố định vào trung điểm của BC , dựng vuông góc với mặt kính, đầu còn lại cố định dưới sàn nhà.
- Thanh thứ hai một đầu cố định vào điểm $P(2; 3; 0)$ dưới sàn nhà, dựng vuông góc với mặt đất, đầu còn lại cố định vào mặt kính.

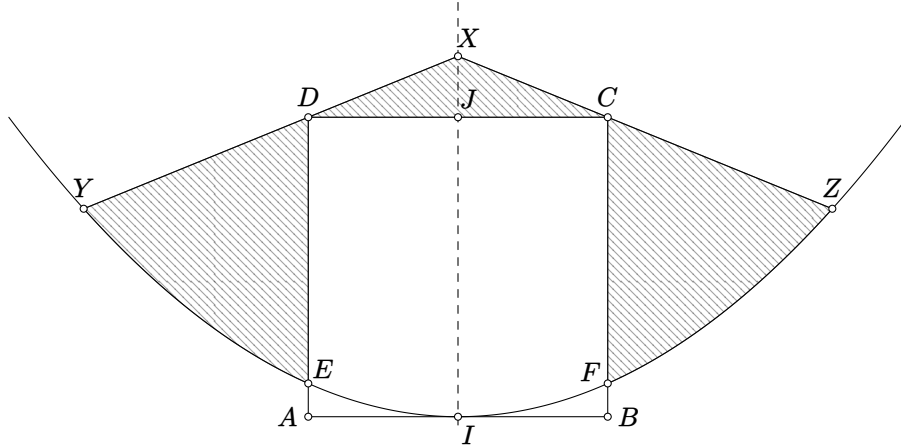


Hỏi tổng độ dài của hai thanh xà gồ là bao nhiêu mét (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)? **Đáp án:**

Câu 5. Trong mặt phẳng, xét hình vẽ sau:

- Hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 36 với I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .

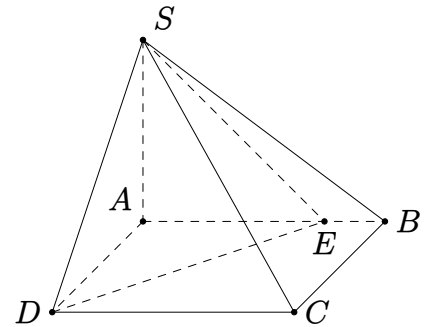
- Hai điểm E, F lần lượt thuộc hai cạnh AD và BC sao cho $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}$.
- Parabol (P) đi qua ba điểm E, I, F .
- Lấy điểm X thuộc tia đối của tia JI (X có thể trùng với J).
- Đường thẳng XD và XC lần lượt cắt parabol (P) tại Y và Z .



Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình trên có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2$, $AB = 4$, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDE) bằng $\frac{3}{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng bao nhiêu (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Đáp án:



———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Mã đề thi 1204

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = \sqrt{151}$. B. $R = \sqrt{99}$. C. $R = 7$. D. $R = 1$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$. Giá trị của $|\vec{u}|$ bằng

- A. $\sqrt{11}$. B. 2. C. 3. D. $\sqrt{10}$.

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị a ?

- A. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. B. $\sin 2a = 2 \sin a$.
C. $\sin 2a = \sin a \cos a$. D. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 0. C. 4. D. 2.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Câu 6. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 7. B. 9. C. $\frac{15}{4}$. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 8. B. Vô số. C. 7. D. 9.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 + u_5 = 10$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = 3$. B. $d = 1$. C. $d = \frac{3}{2}$. D. $d = 2$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $-x^3 + \sin x + C$. B. $x^3 - \sin x + C$. C. $x^3 + \sin x + C$. D. $6x - \sin x + C$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $B(1; 2; 3)$. B. $D(3; 0; 3)$. C. $A(-2; 2; 0)$. D. $C(-3; 0; 3)$.

Câu 11. Thời gian tập thể dục mỗi ngày của bạn Tuấn được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 8,125. B. 23,75. C. 7,5. D. 7,85.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SBC) \perp (SAI)$. B. $(SDC) \perp (SAI)$. C. $(SBD) \perp (SAC)$. D. $(SCD) \perp (SAD)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Trước trận chung kết cúp C1 Châu Âu giữa hai câu lạc bộ bóng đá Arsenal và Paris Saint-Germain, một nhóm cổ động viên là sinh viên hai trường đại học A và đại học B đã tập trung tại một quán Cafe bóng đá. Tại đây, các cổ động viên được người quản lý cùng nhân viên phục vụ của quán hỏi về việc dự đoán câu lạc bộ nào sẽ lên ngôi vô địch. Người quản lý thống kê được kết quả như sau:

- Có 100 cổ động viên đến từ trường đại học A, 150 cổ động viên đến từ trường đại học B.
- Mỗi cổ động viên đều dự đoán đội vô địch, không có cổ động viên nào không dự đoán kết quả.
- Trong số các cổ động viên đến từ trường đại học A, có 38% số người dự đoán Arsenal vô địch.
- Có tất cả 115 cổ động viên dự đoán Paris Saint-Germain vô địch.

Chọn ngẫu nhiên một cổ động viên, gọi X là biến cố “Cổ động viên đó đến từ trường đại học A”, Y là biến cố “Cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch”.

a) $P(Y | X) = 0,38$.

b) $P(Y) = 0,46$.

c) $P(\overline{Y} | \overline{X}) = \frac{53}{150}$.

d) Biết rằng cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch, xác suất để cổ động viên đó đến từ trường đại học B là 0,67 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 16.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x}$ có tâm đối xứng là $I(0; -4)$.

d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

a) $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 2)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 3y - 5z + 5 = 0$.

c) Mặt cầu tâm $I(1; 4; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{8}{\sqrt{35}}$.

d) Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (ABC) , tam giác ABM cân tại M và MA song song với mặt phẳng (Oyz) . Khi đó, $a + 18b + 12c = 56$.

Câu 4. Trên vùng thảo nguyên Châu Phi rộng lớn, một con sư tử đang chuẩn bị cuộc đi săn mồi. Từ trạng thái nghỉ, con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi theo một con linh dương. Vận tốc của con sư tử khi tăng tốc được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = kt^3 + 4t$, ($k \in \mathbb{R}$) với t là thời gian kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ đến khi đạt vận tốc tối đa, t tính bằng giây (s), $v(t)$ tính bằng m/s. Từ khoảng cách 50 m, cùng thời điểm con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi, con linh dương bỏ chạy theo hướng di chuyển của con sư tử với vận tốc 10 m/s. Biết rằng sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ, con sư tử đã di chuyển được quãng đường 17,25 m và vẫn đang trong quá trình tăng tốc.

a) Gia tốc của con sư tử tại thời điểm bắt đầu đuổi theo con linh dương là 4 m/s².

b) Quãng đường con sư tử di chuyển được sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ được tính

theo công thức $S = \int_0^3 v^2(t) dt$.

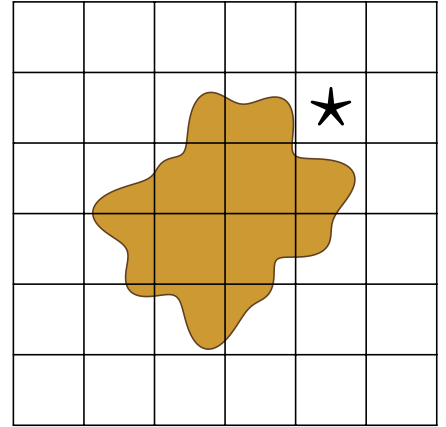
c) $k = -\frac{1}{24}$.

d) Sau khi đạt đến vận tốc tối đa, con sư tử có thể duy trì vận tốc đó trong 6 giây. Sau đó nếu không đuổi kịp con mồi, nó sẽ giảm tốc độ và từ bỏ cuộc đi săn. Biết rằng con sư tử không đuổi kịp con mồi, tại thời điểm bắt đầu giảm tốc độ, khoảng cách giữa nó và con linh dương nhỏ hơn 15 m.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một lưới ô vuông $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Trên lưới có một vết dầu nằm ở vị trí giữa lưới như trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 cm^2 và bị “dính vết dầu”? *Lưu ý:*

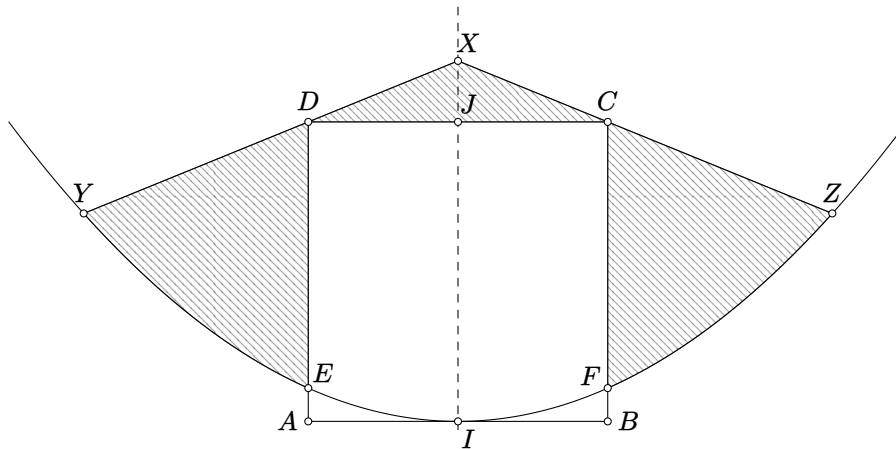
- Hình chữ nhật (bao gồm cả hình vuông) có các cạnh nằm trên các đường kẻ của lưới ô vuông.
- “Dính vết dầu” được hiểu là dính toàn bộ hoặc dính một phần của vết dầu.
- Ô vuông $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ được đánh dấu $\star$ không dính vết dầu.



Đáp án:

Câu 2. Trong mặt phẳng, xét hình vẽ sau:

- Hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 36 với I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .
- Hai điểm E, F lần lượt thuộc hai cạnh AD và BC sao cho $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}$.
- Parabol (P) đi qua ba điểm E, I, F .
- Lấy điểm X thuộc tia đối của tia JI (X có thể trùng với J).
- Đường thẳng XD và XC lần lượt cắt parabol (P) tại Y và Z .



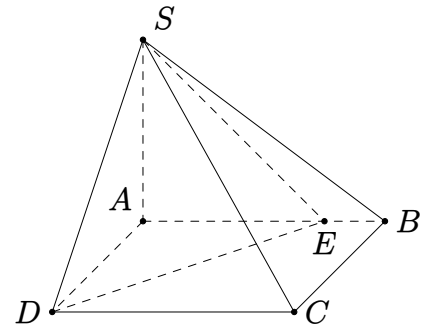
Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình trên có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 3. Doanh nghiệp A đang có kế hoạch sản xuất một mặt hàng phục vụ trong những sự kiện đặc biệt. Bộ phận phân tích thị trường báo cáo rằng: Trong 1 tháng, tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là $V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75\,000}{x}$ (đơn vị: triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán ra của một sản phẩm là 1,1 triệu đồng. Hỏi trong 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp A thu được số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng trong tháng đó doanh nghiệp bán hết được số sản phẩm sản xuất ra?

Đáp án:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2$, $AB = 4$, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDE) bằng $\frac{3}{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng bao nhiêu (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

10



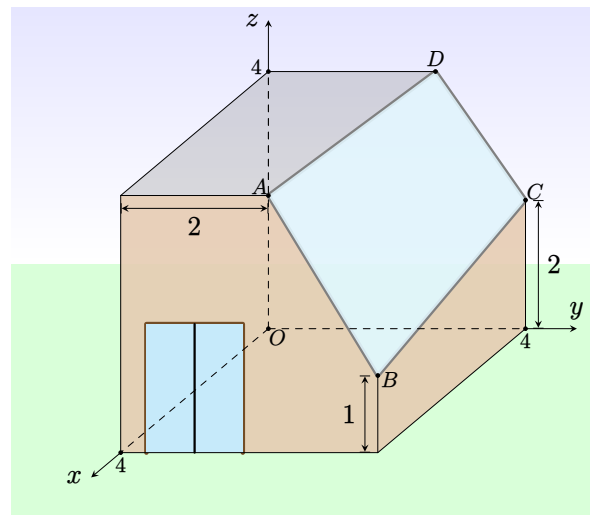
Câu 5. Bạn Tuấn tham gia một thử thách toán học. Theo quy định, người chơi cần chọn ra 2 biểu thức phân biệt từ 20 biểu thức của tập $S = \left\{ \log \left(\sqrt[3]{x} \right); \log \left(\sqrt[3]{x^2} \right); \log \left(\sqrt[3]{x^3} \right); \dots; \log \left(\sqrt[3]{x^{20}} \right) \right\}$ ($x > 0$) và xếp mỗi biểu thức vào đúng một trong hai vị trí như hình dưới đây sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một biểu thức:

$$\boxed{} + \boxed{} = 20$$

Khi đó tạo thành một phương trình với x là ẩn và thử thách được giải nếu nghiệm của phương trình là một số tự nhiên. Bạn Tuấn chọn ngẫu nhiên 2 biểu thức từ tập S để xếp vào các vị trí trên. Gọi p là xác suất để Tuấn giải được thử thách đó. Giá trị $760p$ bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

Câu 6. Một ngôi nhà được thiết kế 1 mặt kính có dạng là hình tứ giác $ABCD$ để ngăn cản bên ngoài. Ngôi nhà cao 4 mét được đặt vuông góc với mặt đất, sàn nhà là hình vuông có cạnh bằng 4 mét, trên hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt kính $ABCD$ được thiết kế như hình vẽ. Để gia cố chắc chắn cho mặt kính, người chủ nhà dự định dùng hai thanh xà gỗ lắp đặt như sau:

- Thanh thứ nhất một đầu cố định vào trung điểm của BC , dựng vuông góc với mặt kính, đầu còn lại cố định dưới sàn nhà.
- Thanh thứ hai một đầu cố định vào điểm $P(2; 3; 0)$ dưới sàn nhà, dựng vuông góc với mặt đất, đầu còn lại cố định vào mặt kính.



Hỏi tổng độ dài của hai thanh xà gồ là bao nhiêu mét (*không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm*)? **Đáp án:**

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 1201

1. A	2. C	3. D	4. D	5. A	6. D	7. C	8. C	9. C	10. D
11. B	12. D								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 1201

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	Câu 2. a S b Đ c S d Đ	Câu 3. a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c S d Đ		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 1201

Câu 1. 302	Câu 2. 200	Câu 3. 5,73	Câu 4. 2,18	Câu 5. 144	Câu 6. 960
------------	------------	-------------	-------------	------------	------------

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 1202

1. C	2. C	3. C	4. A	5. C	6. A	7. B	8. D	9. D	10. D
11. D	12. D								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 1202

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	Câu 2. a Đ b S c Đ d S	Câu 3. a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c S d Đ		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 1202

Câu 1. 302	Câu 2. 2,18	Câu 3. 5,73	Câu 4. 200	Câu 5. 144	Câu 6. 960
------------	-------------	-------------	------------	------------	------------

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 1203

1. C	2. D	3. C	4. B	5. C	6. D	7. C	8. D	9. B	10. A
11. B	12. D								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 1203

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	Câu 2. a Đ b S c Đ d S	Câu 3. a Đ b S c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c S d Đ		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 1203

Câu 1. 144	Câu 2. 302	Câu 3. 200	Câu 4. 5,73	Câu 5. 960	Câu 6. 2,18
------------	------------	------------	-------------	------------	-------------

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 1204

1. D	2. A	3. A	4. C	5. B	6. B	7. C	8. B	9. C	10. B
11. A	12. D								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 1204

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	Câu 2. a S b Đ c S d Đ	Câu 3. a S b Đ c S d Đ
Câu 4. a Đ b S c S d Đ		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 1204

Câu 1. 302	Câu 2. 960	Câu 3. 200	Câu 4. 2,18	Câu 5. 144	Câu 6. 5,73
------------	------------	------------	-------------	------------	-------------

Họ tên học sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. (3,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 4,9. B. 4,8. C. 4,7. D. 4,6.

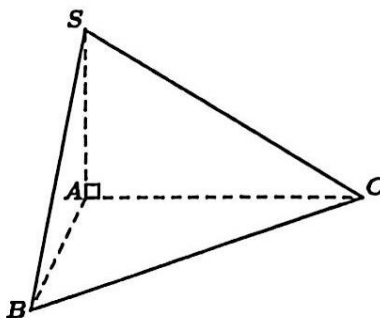
Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Hàm số $F(x)$ là

- A. $\cos x - \sin x + 1$. B. $-\cos x + \sin x + 2$
C. $-\cos x + \sin x + 1$. D. $-\cos x + \sin x - 2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $4\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

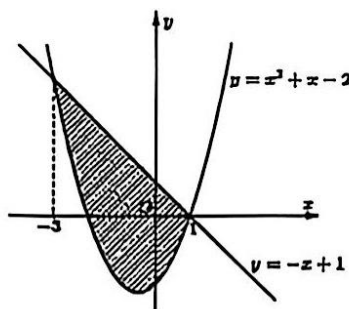
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau và $SA = AB = AC$.



Tính số đo góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC)

- A. 135° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 5. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng



A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx$.

B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$.

C. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$.

D. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-9	-4	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y			-20		
		$-\infty$		$+\infty$	$+\infty$
			$-\infty$	0	

A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 4}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{-x - 4}$.

C. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 4}$.

D. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x - 4}$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu u_1 .

A. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

B. $u_1 = -16$.

C. $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $u_1 = 16$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \{4\}$.

D. $S = \{2\}$.

Câu 9. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 2x}$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm A và

B . Khi đó diện tích tam giác OAB bằng

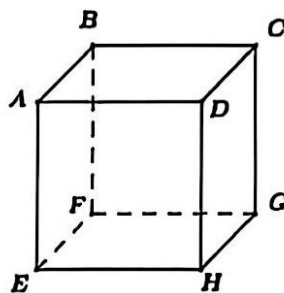
A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{FH}$ và $\overrightarrow{CA}$.



- A. 90° . B. 60° . C. 120° . D. 45° .

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu điểm M có hoành độ âm thì tung độ của điểm M bằng

- A. 3. B. -1. C. -3. D. -21.

PHẦN II. (4,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Cực tiểu của hàm số là $y = -6$.
- b) Tọa độ giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(1, -2)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$.
- d) Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến vuông góc với đồ thị (C) . Khi đó M nằm trên đường tròn tâm I

có bán kính $R = 4$.

Câu 2. Một hệ thống lọc thư điện tử phân loại thư điện tử bằng cách đánh dấu các thư điện tử mà hệ thống cho là thư rác. Sau thời gian sử dụng có 80% các thư rác bị hệ thống đánh dấu và 10% số thư không phải thư rác bị hệ thống đánh dấu nhầm. Cho biết rằng 30% tổng số thư điện tử là thư rác.

- a) Xác suất để một thư điện tử bị đánh dấu là 0,9.
- b) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác là 0,7.
- c) Xác suất để một thư điện tử là thư rác, biết rằng nó bị đánh dấu là $\frac{24}{31}$.
- d) Xác suất để một thư điện tử không phải thư rác, biết rằng nó không bị đánh dấu là $\frac{21}{23}$.

Câu 3. Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán hàng khuyến mại hàng hóa (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B mà công ty thuê. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số tiền thuê xe là $4x + 3y$ (triệu đồng).
- b) $2x + y < 14$.
- c) $2x + 5y \geq 30$.

d) Số tiền thuê xe thấp nhất là 32 triệu.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ thuộc hệ thống định vị GPS, bề mặt Trái Đất được mô hình hoá bởi mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$. Hai vệ tinh truyền tín hiệu ở vị trí có tọa độ $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Vệ tinh ở vị trí M gần tâm mặt cầu hơn so với vệ tinh ở vị trí N .

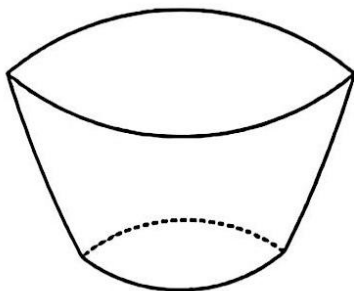
b) Mặt phẳng đi qua tâm Trái Đất và hai điểm M, N có phương trình $2x + y - 2z = 0$.

c) Tín hiệu được truyền đi từ vệ tinh ở M đến vệ tinh ở N theo đường thẳng có phương trình chính tắc $\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-2}{2}$.

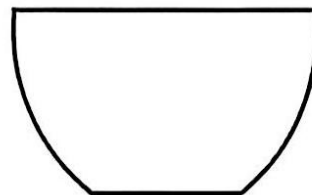
d) Giá sử đơn vị trên mỗi trục là 2100 km, một tín hiệu có tốc độ $3 \cdot 10^5$ km/s được truyền từ vệ tinh M đến điểm gần nhất thuộc bề mặt Trái Đất mất khoảng 0,026 giây (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn của giây).

PHẦN III. (3,0 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta bơm nước vào một cái thùng nhựa đựng nước như hình 1 với hai đáy là hai đường tròn có bán kính 30cm , 15cm , chiều cao thùng là 30cm . Mặt phẳng cắt đi qua trục của chậu nước chứa đường kính bất kỳ hai đáy có thiết diện như hình 2 với phần đường cong là một parabol. Biết vận tốc bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Tính vận tốc nước dâng ở bề mặt cong của thùng nhựa khi độ cao mực nước là 10cm ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



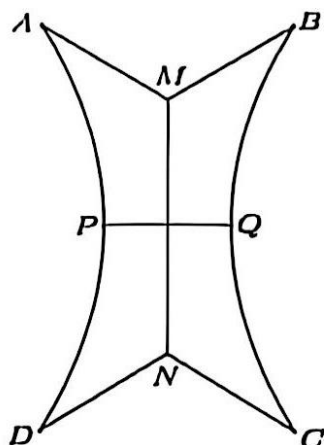
Hình 1



Hình 2

Câu 2. Một công ty dự định sản xuất không quá 600 sản phẩm. Nếu công ty sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 600$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = 0,001x^3 - 1,999x^2 + 1006x + 250$ (đơn vị nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = 0,001x + \frac{250}{x} + 1$ (nghìn đồng). Ngoài ra, công ty còn phải nộp thuế bổ sung cho mỗi sản phẩm được bán ra là 5 nghìn đồng. Khoản thuế này được gọi là thuế phụ thu. Công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

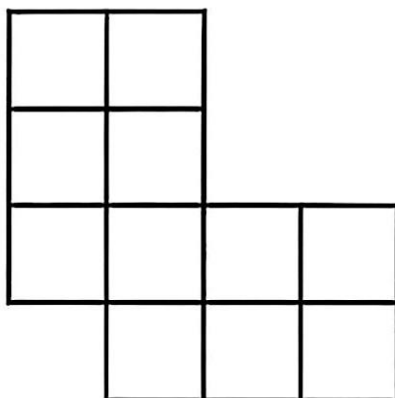
Câu 3. Một mô hình khối tròn xoay có trục là đường thẳng MN , khi ta cắt khối tròn xoay đó bởi một mặt phẳng đi qua trục của khối tròn xoay thì ta được mặt cắt có dạng như hình vẽ dưới đây



Biết rằng $MN = 24cm$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 18cm$, $AD = 36cm$, hai cung APD và BQC là một phần của các đường parabol với đỉnh lần lượt là P, Q và $PQ = 10cm$. Thể tích mô hình đó bằng bao nhiêu xentimét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập X . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Xác suất để chọn được một số chia hết cho 3 bằng $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = b - a$

Câu 5. Có 11 thí sinh, mỗi thí sinh ngồi vào một ô trong phòng thi như hình vẽ. Giám thị có 4 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề mỗi mã là nhiều tùy ý). Số cách phát đề cho các thí sinh, mỗi thí sinh 1 đề sao cho 2 thí sinh ngồi ở 2 ô kề nhau (2 ô có chung một cạnh) thì khác mã đề là p . Tính $\frac{p}{49}$



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC . Biết $AB = SC = 1$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Đáp án được cung cấp bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1: B

Câu 2: B

Câu 3: D

Câu 4: D

Câu 5: C

Câu 6: A

Câu 7: D

Câu 8: C

Câu 9: B

Câu 10: C

Câu 11: A

Câu 12: C

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1:

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Câu 2:

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

Câu 3:

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Câu 4:

- a) Sai
- b) Đúng
- c) Đúng
- d) Đúng

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1: 14

Câu 2: 333

Câu 3: 3679

Câu 4: 1365

Câu 5: 1764

Câu 6: 0,82

Mã đề thi 1002

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\int 5^x dx = 5^x + C$. B. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{5 \ln 5} + C$. C. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$. D. $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $AC \perp (SBC)$.

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$ là

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x - z + 2y - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $(4; -4; 2)$. B. $(-4; 4; 2)$. C. $(2; -2; -3)$. D. $(-2; -1; 2)$.

Câu 6. Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Một của mẫu số liệu trên là

- A. 53. B. 54. C. 52. D. 42.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 5. B. -5. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

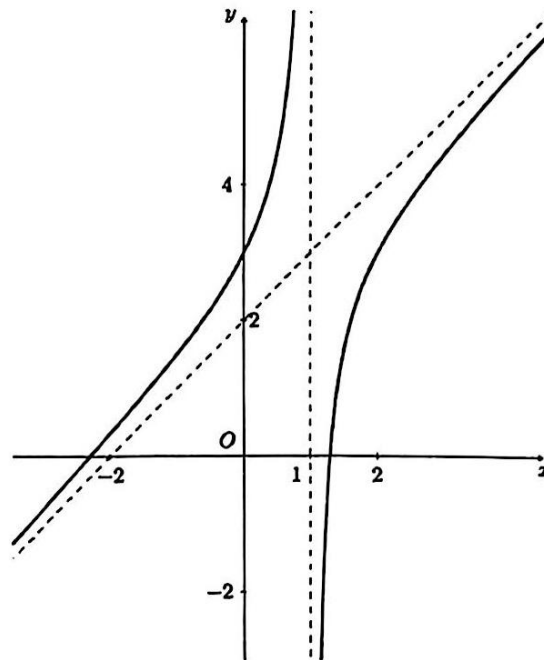
Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 10. Đồ thị hàm số được cho ở hình bên dưới là của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2 + x - 3}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Câu 11. Một thầy giáo dạy toán muốn tìm hiểu thời gian hoàn thành bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh trong lớp học, và thầy thu được số liệu cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

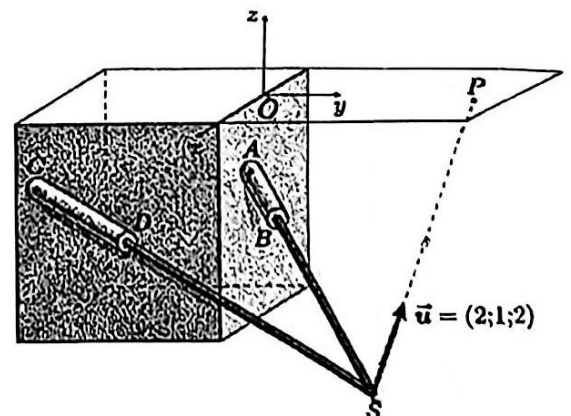
- A. $Q_3 = 12$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 13$. D. $Q_3 = 15$.

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng -2 là

- A. $y = -3x - 1$. B. $y = 3x + 11$. C. $y = 3x + 5$. D. $y = -3x + 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 100 mét và mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Đường hầm X đi qua $A(-7; -3; -8)$ và $B(-2; 0; -9)$. Đường hầm Y đi qua $C(4; -6; -6)$ và $D(7; -1; -8)$. Hai đường hầm gặp nhau tại S . Từ S , đào tiếp hầm SP theo hướng $\vec{u} = (2; 1; 2)$ lên mặt đất tại P . Tốc độ đào hầm X là 5 (m/ngày).



a) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x+2}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-9}{-1}$.

- b) Đường hầm Y được đào với tốc độ 3,91 (m/ngày) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- c) Tọa độ điểm $P(a;b;c)$, khi đó $a+b+c=40$.
- d) Trong quá trình đào thẳng từ S lên mặt đất tại P theo hướng $\vec{u}=(2;1;2)$, đường hầm phải đi xuyên qua một túi nước ngầm (có hình dáng là một khối cầu) tâm $I(15;15;-8)$ và bán kính $R=6$. Chiều dài đoạn hầm bị ngập nước cần áp dụng biện pháp thi công đặc biệt là 800 (m).

Câu 2. Nhiệt độ $T^{\circ}\text{C}$ của nước trong ấm được mô tả bởi hàm số theo thời gian như sau:

• **Giai đoạn 1 (bật bếp):** Kể từ lúc bắt đầu bật bếp ($t_1=0$), nhiệt độ nước tuân theo công thức $T_1(t_1)=95-75e^{-t_1}$, trong đó t_1 là thời gian được tính từ lúc bật bếp (đơn vị là phút).

• **Giai đoạn 2 (tắt bếp):** Khi nước trong ấm đạt 85°C , bếp được tắt ngay lập tức. Kể từ thời điểm tắt bếp này, nhiệt độ nước tuân theo công thức $T_2(t_2)=15+Ae^{-\frac{t_2}{20}}$, trong đó A là hằng số thực và t_2 là thời gian được tính từ lúc tắt bếp (đơn vị là phút).

a) Nhiệt độ ban đầu của nước (lúc bắt đầu bật bếp) là 20°C .

b) Giá trị của hằng số A là 85.

c) Thời gian từ lúc bật bếp đến khi tắt bếp là 2 phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tổng thời gian từ lúc bắt đầu bật bếp cho đến khi nhiệt độ nước giảm xuống còn 42°C là 22 phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{2x^2+3x-5}{x+3}$.

a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x)=\frac{2x^2+12x-14}{(x+3)^2}$, $\forall x \neq -3$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $d: y=2x-3$.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-3;-9)$ làm tâm đối xứng.

d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên. Khi đó diện tích của tam giác OAB bằng $6\sqrt{2}$ với O là gốc tọa độ.

Câu 4. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ, biết rằng xác suất chọn mỗi phác đồ là bằng nhau.

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B nhỏ hơn 0,65.

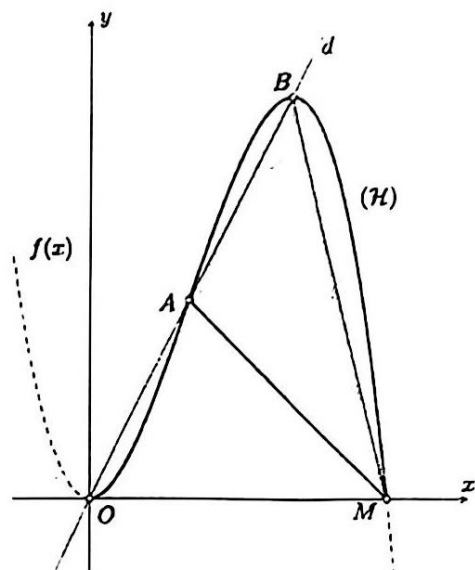
d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố “bệnh nhân được chữa khỏi bệnh” và biến cố “bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng” là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nhân dịp kỷ niệm ngày thành lập Đoàn, Đoàn trường THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa tổ chức hội chợ. Lớp 10A dự định bán hai mặt hàng là trà sữa và trà tắc với vốn ban đầu không vượt quá 1200000 đồng. Chi phí và lợi nhuận được tính theo ly (được cho trong bảng bên dưới). Lớp 10A tính rằng nhu cầu thị trường không vượt quá 180 ly cả hai loại. Lợi nhuận lớn nhất mà lớp 10A có thể nhận được là bao nhiêu triệu đồng?

Mặt hàng	Trà sữa	Trà tắc
Chi phí	8000 đồng/ly	5000 đồng/ly
Lợi nhuận	7000 đồng/ly	5000 đồng/ly

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy với độ dài trên mỗi trục là 10 mét. Giả sử có một mảnh vườn được giới hạn bởi trục hoành và một phần đồ thị $(\mathcal{H})$ của hàm số $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$, (O là điểm cực tiểu, $(\mathcal{H})$ cắt Ox tại điểm $M(3;0)$ (tham khảo hình vẽ). Bạn An muốn trồng hoa trên mảnh đất có dạng hình tam giác MAB với A, B là giao điểm của đường thẳng $d: y = kx$, ($k > 0$) và đồ thị $(\mathcal{H})$. Khi diện tích phần trồng hoa này là lớn nhất phần đất còn lại bằng bao nhiêu mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và

tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế

phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Một nhà máy sản xuất sản phẩm M có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Gọi xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi là P . Giá trị của $\frac{49}{P}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một thư viện trường học để vận hành chương trình đọc sách đã chuẩn bị tổng cộng 50 quyển sách, gồm 10 quyển cho mỗi lĩnh vực: triết học, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên, văn học, lịch sử. Khi chọn sách cho 24 học sinh (tức là chọn 24 quyển sách) từ 50 quyển đó, có bao nhiêu cách chọn sao cho thỏa mãn các điều kiện sau (biết rằng các sách thuộc cùng một lĩnh vực thì không phân biệt nhau)

- Ở mỗi lĩnh vực triết học, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên đều chọn ít nhất 4 quyển.
- Ở lĩnh vực văn học: hoặc không chọn quyển nào, hoặc chọn ít nhất 4 quyển.
- Ở lĩnh vực lịch sử: hoặc không chọn quyển nào hoặc chọn ít nhất 4 quyển.

Câu 6. Cho hình chóp cụt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4$, $A'B' = 2$ và chiều cao $h = 2$. Cô-sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

— HẾT —

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Đáp án được cung cấp bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
Câu 1	C	Câu 7	C
Câu 2	D	Câu 8	A
Câu 3	B	Câu 9	B
Câu 4	D	Câu 10	C
Câu 5	A	Câu 11	B
Câu 6	C	Câu 12	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng/sai.

Câu	Ý a)	Ý b)	Ý c)	Ý d)
Câu 1	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Sai	Đúng	Sai
Câu 3	Sai	Đúng	Đúng	Sai
Câu 4	Sai	Đúng	Sai	Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: 1,1

Câu 2: 285

Câu 3: 280

Câu 4: 1759

Câu 5: 396

Câu 6: 0,05

(Đề thi có ____ trang)

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 0000

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Thống kê thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của một nhóm người chạy xe máy "Xanh SM" được cho trong bảng sau: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

Thu nhập (triệu đồng)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)
Số người	5	10	5	2

- A. 7,6 B. 8,1 C. 7,5 D. 8,2.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng

$(P): x - \sqrt{3}y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$; $B(2;1;-3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$. B. $(-3;1;4)$. C. $(3;-1;-4)$. D. $(1;3;-2)$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. C. $-\cos x + C$. D. $\sin x + C$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$ là

- A. 0. B. $\sqrt{2}$. C. 3. D. -1.

Câu 6. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 27. B. 162. C. 54. D. 11.

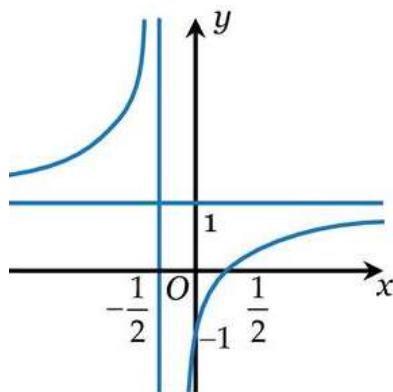
Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 9. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{2}Sh$. B. $V = \frac{1}{3}Sh$. C. $V = Sh$. D. $V = \frac{2}{3}Sh$.

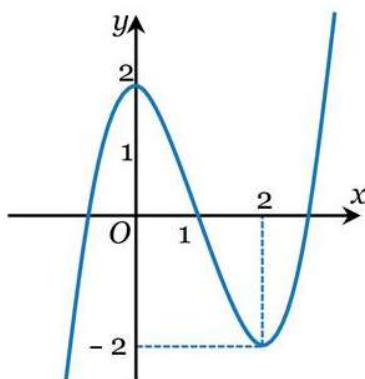
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 12. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = 1$.

Tính $F(e)$.

- A. $F(e) = e^2 - 1$. B. $F(e) = e$. C. $F(e) = -e$ D. $F(e) = 1 - e^2$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage).. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

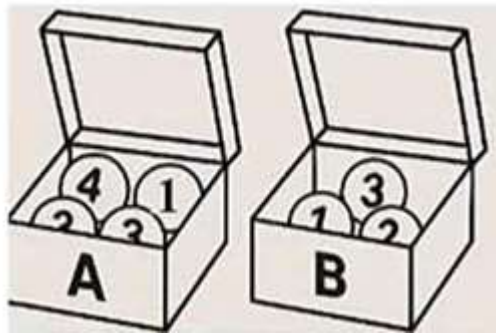
a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$.

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.

c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.

d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 2. Hộp A chứa 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng xanh. Hộp B chứa 2 quả bóng đỏ và 4 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B, sau đó lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp B. Hãy xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau?



- a) Xác suất lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp A để bỏ sang hộp B là $\frac{2}{7}$.
- b) Xác suất để lấy được 2 quả bóng từ hộp A là 2 quả bóng xanh và 2 quả bóng từ hộp B là 2 quả bóng đỏ là $\frac{1}{14}$.
- c) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra từ hộp B là 2 quả bóng đỏ là $\frac{25}{196}$.
- d) Biết rằng 2 quả bóng lấy ra từ hộp B là 2 quả bóng đỏ. Xác suất để 2 quả bóng lấy từ hộp A (chuyển sang B) cũng là 2 quả bóng đỏ là $\frac{12}{25}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy) ; trục Oz hướng lên (đơn vị trên mỗi trục là một kilomet). Tại cùng một thời điểm, một radar phát hiện một máy bay tại $A(0;0;10)$ bay theo hướng $\vec{v} = (-4;3;0)$ không đổi và một xe tăng tại O di chuyển theo hướng $\vec{u} = (3;4;0)$ không đổi. Sau 20 giây radar xác định được vị trí máy bay tại $B(-8;6;10)$ và xe tăng tại $E\left(\frac{3}{20};\frac{1}{5};0\right)$.

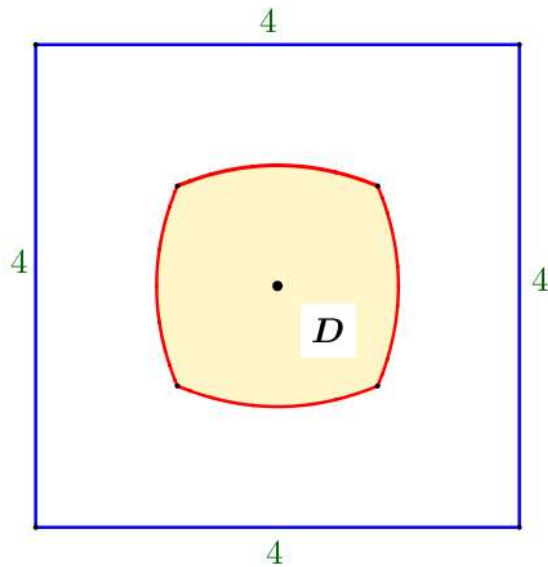
- a) Nếu máy bay và xe tăng tiếp tục giữ nguyên hướng và vận tốc không đổi thì 10 giây tiếp theo vị trí máy bay và xe tăng lần lượt là $C(-12;9;10), F\left(\frac{9}{40};\frac{3}{10};0\right)$
- b) Khoảng cách giữa máy bay và xe tăng sau 20 giây kể từ lúc radar phát hiện là 15km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Vận tốc trung bình của xe tăng trong 20 giây đầu tiên là 12,5 m/s.
- d) Một lúc sau, radar phát hiện máy bay vẫn giữ nguyên hướng bay ban đầu và cách A một khoảng 27 km, tốc độ máy bay lúc đó 1800 km/h, đồng thời xe tăng đang di chuyển theo hướng ban đầu và cách O một kilomet với tốc độ 60 km/h. Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là 1689 km/h (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

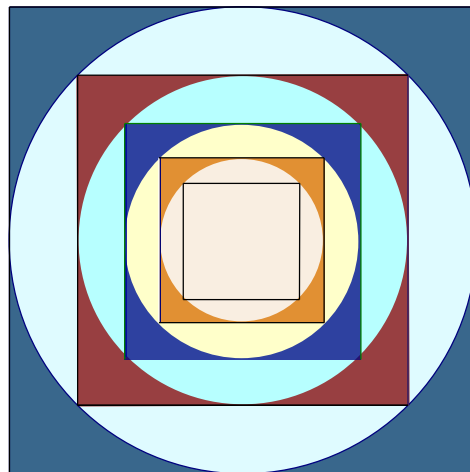
- a) $\int f(x)dx = 2x + \ln|x| + C$.
- b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln x + 1$.
- c) $\int f'(2x)dx = \frac{-1}{4x} + C$.
- d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2)=1$ và $G(5)+G(-5)=0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$. Khi đó $a+b+c+d = -19$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm nhưng điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

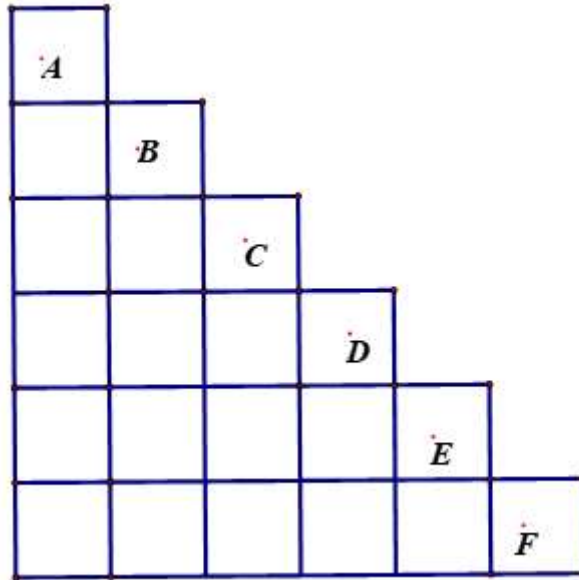


Câu 2. Một loại gạch men có kích thước hình vuông 60×60 cm . Người ta thiết kế hoa văn cho viên gạch bằng cách tạo đường tròn (C_1) nội tiếp hình vuông ban đầu, phần nằm ngoài đường tròn (C_1) mà thuộc viên gạch thì được tô màu đậm. Tiếp theo họ tạo ra một hình vuông nội tiếp đường tròn (C_1) , bên trong hình vuông này lại có một đường tròn nội tiếp (C_2) ; và họ tiếp tục tô màu đậm cho phần nằm ngoài đường tròn (C_2) mà thuộc hình vuông này. Quy luật này cứ tiếp tục 100 lần (tham khảo hình vẽ).

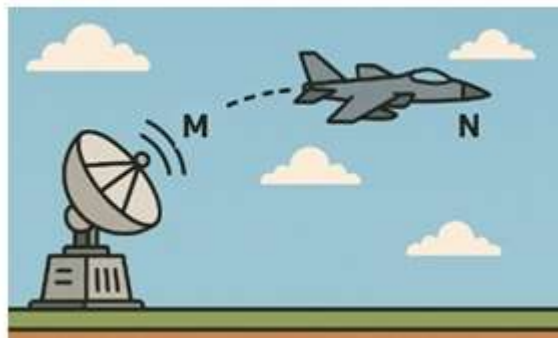


Hỏi tổng diện tích thuộc về viên gạch được tô màu đậm là bao nhiêu cm^2 ? **Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2 .**

Câu 3. Từ tập hợp số tự nhiên $\{1; 2; \dots; 49; 50\}$, cần chọn ra 21 số phân biệt để gắn vào 21 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi T là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D, E, F theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị $\frac{T}{10^8}$ bằng bao nhiêu? **(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).**



Câu 4. Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $M(-500;-300;500)$ và $N(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$, $\triangle SAB$ là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Câu 6. Một bể chứa nước hình trụ thẳng đứng đang đầy nước. Khi mở một nút xả ở đáy bể, nước chảy ra ngoài với tốc độ giảm thể tích tỷ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao mực nước hiện tại trong bể (do áp suất giảm). Nếu gọi $V(t)$ là thể tích nước còn lại trong bể sau t phút, tốc độ thay đổi thể tích được mô tả bởi phương trình: $V'(t) = -k\sqrt{V(t)}$ (với $k > 0$). Biết bể ban đầu có lượng nước là 144 lít. Sau 10 phút xả, lượng nước còn lại trong bể là 64 lít. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc mở nút xả thì bể sẽ cạn hoàn toàn?

----- HẾT -----

PHẦN ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Thống kê thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của một nhóm người chạy xe máy "Xanh SM" được cho trong bảng sau:

Thu nhập (triệu đồng)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)
Số người	5	10	5	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 7,6. B. 8,1. C. 7,5. D. 8,2.

Lời giải

Chọn A

Số người chạy xe máy "Xanh SM" được khảo sát là $n = 5 + 10 + 5 + 2 = 22$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{22}$ là thu nhập của 22 người được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [3;5); x_6, x_7, \dots, x_{15} \in [5;7); x_{16}, x_{17}, \dots, x_{20} \in [7;9); x_{21}, x_{22} \in [9;11)$. Do đó đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{22}$ thì

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{22}$ là $x_{17} \in [7;9)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là: $Q_3 = u_j + \frac{\frac{3n}{4} - C}{n_j} \cdot (u_{j+1} - u_j) = 7 + \frac{\frac{3 \cdot 22}{4} - (5+10)}{5} \cdot (9 - 7) = 7,6$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): x - \sqrt{3}y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Oxy) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; -\sqrt{3}; 2)$.

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}_p| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1); B(2; 1; -3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$. B. $(-3; 1; 4)$. C. $(3; -1; -4)$. D. $(1; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -4)$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A.** $\cos x + C$. **B.** $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. **C.** $-\cos x + C$. **D.** $\sin x + C$.

Lời giải

Ta có : $\int f(x) dx = \int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A.** 0. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ xác định trên đoạn $[0; 4]$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 4) \\ x = \sqrt{2} \in (0; 4) \\ x = -\sqrt{2} \notin (0; 4) \end{cases}.$$

Ta có: $f(0) = 3; f(\sqrt{2}) = -1; f(4) = 195$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là -1.

Câu 6. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của tập không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A : “Rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn”.

Rút 2 tấm thẻ ghi số chẵn trong 4 tấm thẻ ghi số chẵn có $n(A) = C_4^2 = 6$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A.** 27. **B.** 162. **C.** 54. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Cấp số nhân (u_n) có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Vậy $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

- A.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Rightarrow x+1 \geq 2x-1 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 9. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là

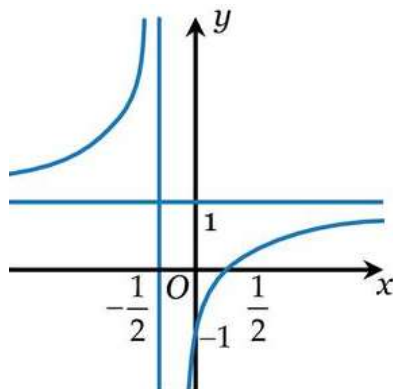
- A.** $V = \frac{1}{2}Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = Sh$. **D.** $V = \frac{2}{3}Sh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

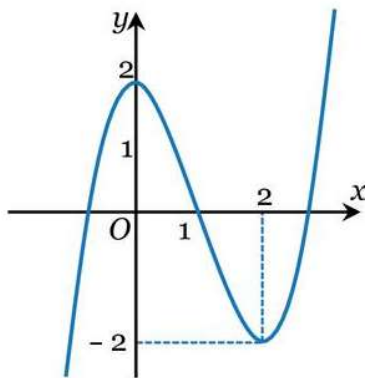
- A.** $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -\frac{1}{2}$. **D.** $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 12. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = 1$.

Tính $F(e)$.

- A.** $F(e) = e^2 - 1$. **B.** $F(e) = e$. **C.** $F(e) = -e$ **D.** $F(e) = 1 - e^2$.

Lời giải

Chọn A

Trên $(0; +\infty)$ ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx = x^2 - \ln|x| + C = x^2 - \ln x + C$.

Mặt khác $F(1) = 1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = x^2 - \ln x \Rightarrow F(e) = e^2 - 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

- a)** Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$.
b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.
c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.
d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $T(x) = \int T'(x) dx = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}.$

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng. Nên ứng với $x = 10$ ta có $T(10) = 12000$

suy ra $12000 = -10.10^2 + 300.10 + C \Rightarrow C = 10000.$

Vậy $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$

b) Sai

$T(12) = -10.12^2 + 300.12 + 10000 = 12160$ (triệu đồng).

c) Đúng,

Ta có

x	0	15	$+\infty$
T'(x)	+	0	-
T(x)	12250		

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

d) Đúng

Câu 2: Hộp A chứa **4 quả bóng đỏ** và **3 quả bóng xanh**. Hộp B chứa **2 quả bóng đỏ** và **4 quả bóng xanh**. Lấy ngẫu nhiên **2 quả bóng** từ hộp A bỏ vào hộp B, sau đó lấy ngẫu nhiên **2 quả bóng** từ hộp B. Hãy xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau (hoặc tính các xác suất liên quan):

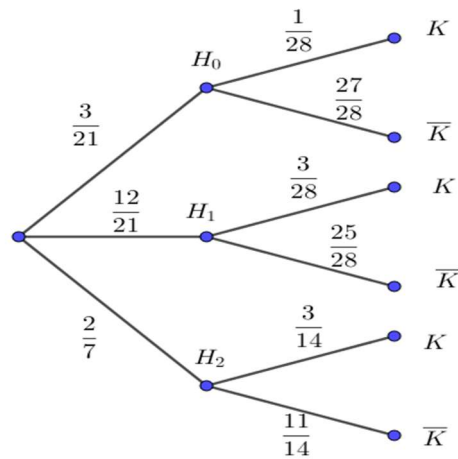
a) Xác suất lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp A để bỏ sang hộp B là $\frac{2}{7}.$

b) Xác suất để lấy được 2 quả bóng từ hộp A là 2 quả bóng xanh và 2 quả bóng từ hộp B là 2 quả bóng đỏ là $\frac{1}{14}.$

c) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra từ hộp B là 2 quả bóng đỏ là $\frac{25}{196}.$

d) Biết rằng 2 quả bóng lấy ra từ hộp B là 2 quả bóng đỏ. Xác suất để 2 quả bóng lấy từ hộp A (chuyển sang B) cũng là 2 quả bóng đỏ là $\frac{12}{25}.$

Lời giải



Gọi các biến cố:

H_2 : Chuyển 2 Đỏ từ A sang B.

H_1 : Chuyển 1 Đỏ, 1 Xanh từ A sang B.

H_0 : Chuyển 0 Đỏ (2 Xanh) từ A sang B.

K : Lấy được 2 quả Đỏ từ hộp B (sau khi chuyển).

a) Đúng

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega_A) = C_7^2 = 21$ (số cách lấy 2 quả bóng từ hộp 1)

$$P(H_2) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}.$$

b) Sai

$$P(H_0K) = P(H_0) \cdot P(K | H_0) = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{28} = \frac{1}{196}$$

c) Đúng

$$P(H_1) = \frac{C_4^1 \cdot C_3^1}{C_7^2} = \frac{12}{21}.$$

$$P(H_0) = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}.$$

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega_B) = C_8^2 = 28$ (số cách lấy hai quả bóng từ hộp 2)

Nếu H_2 xảy ra (B có $2+2=4$ Đỏ): $P(K|H_2) = \frac{C_4^2}{28} = \frac{6}{28}$.

Nếu H_1 xảy ra (B có $2+1=3$ Đỏ): $P(K|H_1) = \frac{C_3^2}{28} = \frac{3}{28}$.

Nếu H_0 xảy ra (B có $2+0=2$ Đỏ): $P(K|H_0) = \frac{C_2^2}{28} = \frac{1}{28}$.

$$P(K) = P(H_2).P(K|H_2) + P(H_1).P(K|H_1) + P(H_0).P(K|H_0)$$

$$P(K) = \frac{6}{21} \cdot \frac{6}{28} + \frac{12}{21} \cdot \frac{3}{28} + \frac{3}{21} \cdot \frac{1}{28}$$

$$P(K) = \frac{36+36+3}{588} = \frac{75}{588} = \frac{25}{196}$$

d) Đúng

Xác suất để bóng chuyển từ A là 2 Đỏ (H_2) khi biết bóng lấy từ B là 2 Đỏ (K):

$$P(H_2|K) = \frac{P(H_2 \cap K)}{P(K)} = \frac{P(H_2).P(K|H_2)}{P(K)}$$

$$P(H_2|K) = \frac{\frac{36}{588}}{\frac{75}{588}} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy); trục Oz hướng lên (đơn vị trên mỗi trục là một kilomet). Tại cùng một thời điểm, một radar phát hiện một máy bay tại $A(0;0;10)$ bay theo hướng $\vec{v} = (-4;3;0)$ không đổi và một xe tăng tại O di chuyển theo hướng $\vec{u} = (3;4;0)$ không đổi. Sau 20 giây radar xác định được vị trí máy bay tại $B(-8;6;10)$ và xe tăng tại $E\left(\frac{3}{20}; \frac{1}{5}; 0\right)$.

a) Nếu máy bay và xe tăng tiếp tục giữ nguyên hướng và vận tốc không đổi thì 10 giây tiếp theo vị trí máy bay và xe tăng lần lượt là $C(-12;9;10), F\left(\frac{9}{40}; \frac{3}{10}; 0\right)$

b) Khoảng cách giữa máy bay và xe tăng sau 20 giây kể từ lúc radar phát hiện là 15km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Vận tốc trung bình của xe tăng trong 20 giây đầu tiên là 12,5 m/s.

d) Một lúc sau, radar phát hiện máy bay vẫn giữ nguyên hướng bay ban đầu và cách A một khoảng 27 km, tốc độ máy bay lúc đó 1800 km/h, đồng thời xe tăng đang di chuyển theo hướng ban đầu và cách O một kilomet với tốc độ 60 km/h. Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là 1689 km/h (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng

Vì máy bay giữ nguyên hướng và tốc độ nên sau 10 giây máy bay đến vị trí C , ta có

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Gọi } C(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (a + 8; b - 6; c - 10); \overrightarrow{AB} = (-8; 6; 0)$$

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} -8 = 2(a + 8) \\ 6 = 2(b - 6) \\ 0 = 2(c - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 9 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow C(-12; 9; 10)$$

$$\text{Tương tự } F\left(\frac{9}{40}; \frac{3}{10}; 0\right).$$

b) Sai

$$BE = \sqrt{\left(\frac{3}{20} + 8\right)^2 + \left(\frac{1}{5} + 6\right)^2 + (-10)^2} \approx 14(km)$$

c) Đúng

Quãng đường xe tăng đi được trong 20 giây đầu tiên là $OE = 0,25km = 250m \Rightarrow v_{tb} = 12,5m/s$

d) Đúng

Giả sử sau thời gian t máy bay đang ở vị trí D và xe tăng đang ở vị trí K .

$$\text{Véc tơ vận tốc của máy bay là } \vec{v}_1 = 1800 \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = (-1440; 1080; 0)$$

$$\overrightarrow{AD} = t \cdot \vec{v}_1 \Rightarrow D(-1440t; 1080t; 10)$$

$$\vec{u}_1 = 60 \cdot \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = (36; 48; 0) \Rightarrow \overrightarrow{OK} = t \cdot \vec{u}_1 \Rightarrow K(36t; 48t; 0)$$

$$DK = \sqrt{1476^2 t^2 + 1032^2 t^2 + 100} = f(t) \quad \text{Thời gian máy bay là } 27 : 1800 = 0,015h$$

Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là $f'(0,015) = 1689km/h$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

$$\text{a)} \int f(x) dx = 2x + \ln|x| + C.$$

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln x + 1$.

$$\text{c)} \int f'(2x) dx = \frac{-1}{4x} + C.$$

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -19$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int \frac{2x+1}{x} dx = \int \left(2 + \frac{1}{x}\right) dx = 2x + \ln|x| + C.$$

b) Đúng.

Trên $(0; +\infty)$, ta có $F(x) = 2x + \ln x + C$.

$$\text{Mà } F(1) = 3 \Rightarrow 2 + \ln 1 + C = 3 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = 2x + \ln x + 1.$$

c) Sai.

$$\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 2x + 1}{2x} + C = \frac{4x+1}{4x} + C \neq \frac{-1}{4x} + C.$$

d) Sai.

+) Do $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên ta có: $G(x) = 2x + \ln|x| + C$

$$\Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x + C_1, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + C_2, & x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{+) Mà } G(2) = 1 \text{ nên } 2 \cdot 2 + \ln 2 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -3 - \ln 2 \Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x - 3 - \ln 2, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + C_2, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(5) = 10 + \ln 5 - 3 - \ln 2 = 7 + \ln 5 - \ln 2.$$

$$\text{+) Mặt khác: } G(5) + G(-5) = 0 \Rightarrow 7 + \ln 5 - \ln 2 + 2(-5) + \ln 5 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 3 - 2\ln 5 + \ln 2$$

$$\Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x - 3 - \ln 2, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + 3 - 2\ln 5 + \ln 2, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{+) } G(-10) = 2(-10) + \ln 10 + 3 - 2\ln 5 + \ln 2 = \ln 10 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \\ d = -17 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = -17.$$

Hoặc có thể viết kết quả $G(-10)$

$$= \ln 10 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17 = \ln 5 + \ln 2 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17 = -\ln 5 + 2\ln 2 - 17$$

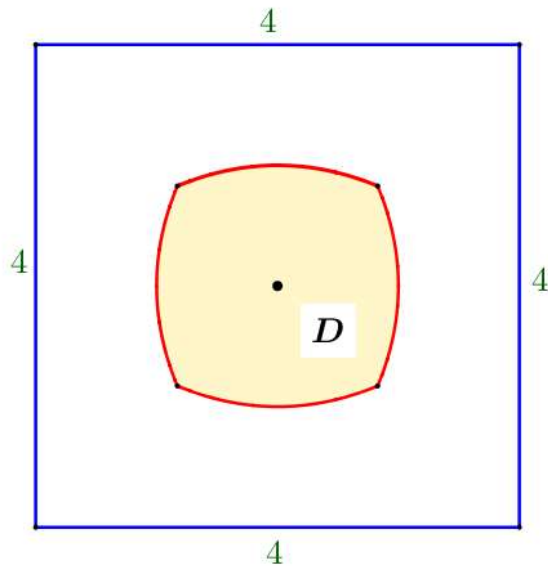
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = -17 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = -16.$$

Do đó giá trị biểu thức $a + b + c + d$ có nhiều kết quả khác nhau.

Vậy mệnh đề d sai.

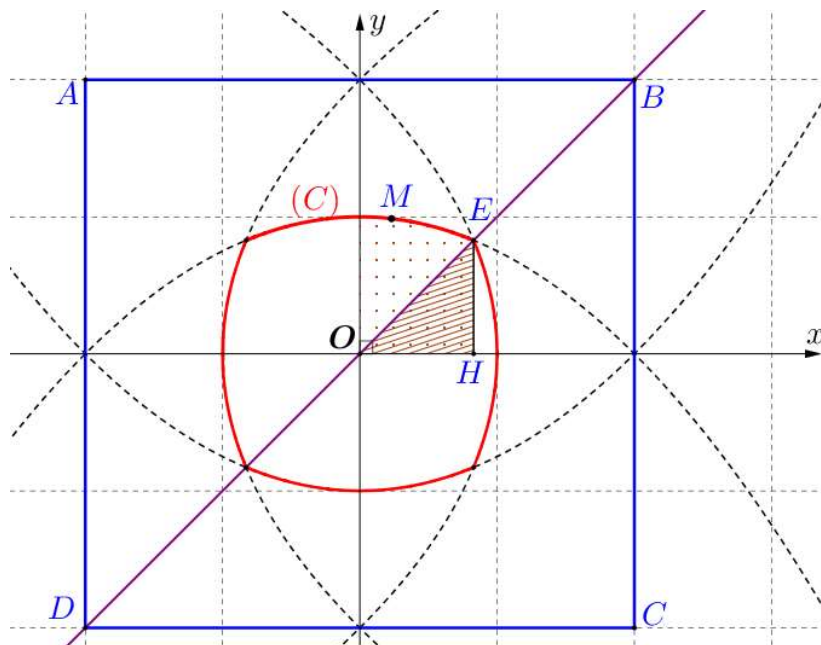
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm những điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 3,5



Gọi hình vuông có cạnh bằng 4 là $ABCD$ và gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Do vai trò của các đường cong như nhau, giả sử $M(x; y)$ là một điểm thuộc đường cong (C) của miền D như hình vẽ.

Ta có khoảng cách từ M tới O là $MO = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Khoảng cách từ M tới cạnh AB của hình vuông là $d(M; AB) = |y - 2|$

Khoảng cách từ M tới O bằng khoảng cách từ M tới AB nên

$$\sqrt{x^2 + y^2} = |y - 2|$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

Hoành độ giao điểm của Parabol $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ và đường thẳng $OB(y = x)$ (thuộc góc phần tư thứ nhất) là nghiệm của phương trình

$$-\frac{1}{4}x^2 + 1 = x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 2\sqrt{2} \\ x = -2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Parabol $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ cắt đường thẳng $OB(y=x)$ tại điểm E thuộc góc phần tư thứ nhất nên $x_E = -2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow y_E = -2 + 2\sqrt{2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = -2 + 2\sqrt{2}$ là

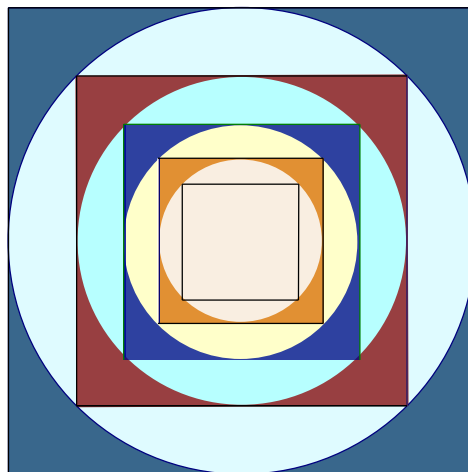
$$S_1 = \int_0^{-2+2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{4}x^2 + 1 \right) dx = \frac{8-4\sqrt{2}}{3}.$$

Diện tích tam giác OEH là $S_2 = \frac{1}{2}OH.EH = \frac{1}{2}y_E.x_E = \frac{1}{2}(-2+2\sqrt{2})^2$.

Diện tích của $\frac{1}{8}$ miền D là $S_3 = S_1 - S_2 = \frac{8-4\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{2}(-2+2\sqrt{2})^2 = \frac{-10+8\sqrt{2}}{3}$.

Diện tích miền D là $S = 8.S_3 = 8 \cdot \frac{-10+8\sqrt{2}}{3} \approx 3,5$.

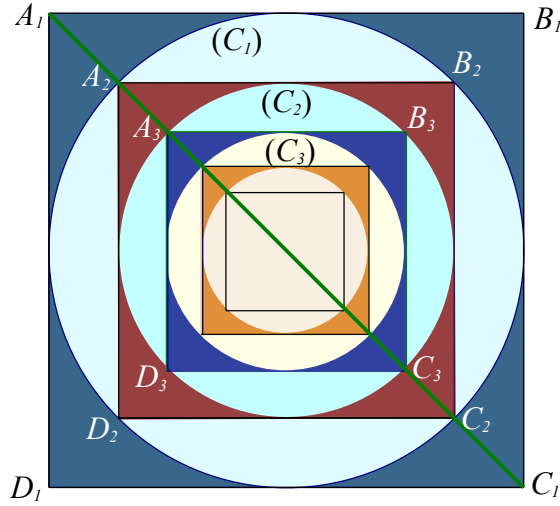
Câu 2 Một loại gạch men có kích thước hình vuông 60×60 cm. Người ta thiết kế hoa văn cho viên gạch bằng cách tạo đường tròn (C_1) nội tiếp hình vuông ban đầu, phần nằm ngoài đường tròn (C_1) mà thuộc viên gạch thì được tô màu đậm. Tiếp theo họ tạo ra một hình vuông nội tiếp đường tròn (C_1) , bên trong hình vuông này lại có một đường tròn nội tiếp (C_2) ; và họ tiếp tục tô màu đậm cho phần nằm ngoài đường tròn (C_2) mà thuộc hình vuông này. Quy luật này cứ tiếp tục 100 lần (tham khảo hình vẽ).



Hỏi tổng diện tích thuộc về viên gạch được tô màu đậm là bao nhiêu cm vuông? Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị của cm vuông.

Lời giải

Đáp án: 1545.



Đặt $A_1B_1 = a$, ta có:

* Diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là $S_{V1} = a^2$.

Bán kính hình tròn (C_1) là $R_1 = \frac{A_1B_1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow$ Diện tích hình tròn (C_1) là $S_{T1} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

* Hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có đường chéo $A_2C_2 = 2R_1 = a \Rightarrow$ Cạnh $A_2B_2 = \frac{A_2C_2}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ Diện tích hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là $S_{V2} = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

Bán kính hình tròn (C_2) là $R_2 = \frac{A_2B_2}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ Diện tích hình tròn (C_2) là $S_{T2} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{8}$.

* Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có đường chéo $A_3C_3 = 2R_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Cạnh $A_3B_3 = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow$ Diện tích hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là $S_{V3} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$

Bán kính hình tròn (C_3) là $R_3 = \frac{1}{2} A_3B_3 = \frac{a}{4}$

$\Rightarrow$ Diện tích hình tròn (C_3) là $S_{T3} = \pi \cdot \left(\frac{a}{4}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{16}$.

* Tiếp tục theo quy luật trên, ta có:

Diện tích các hình vuông $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, A_3B_3C_3D_3, \dots$ lần lượt là $a^2, \frac{a^2}{2}, \frac{a^2}{4}, \dots$ lập thành

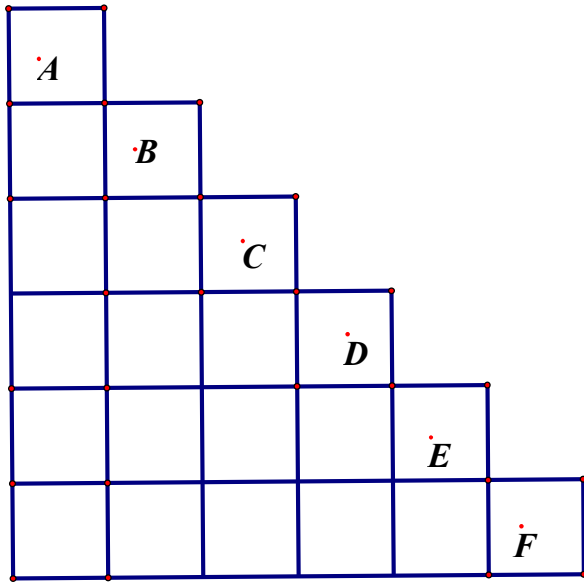
cấp số nhân lùi với số hạng đầu $S_{V1} = a^2$, công bội $q_1 = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ Tổng diện các hình tròn tương ứng là $S_{100} = \frac{\pi a^2}{4} + \frac{\pi a^2}{8} + \frac{\pi a^2}{16} + \dots \approx \frac{\frac{\pi a^2}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\pi a^2}{2}$

$\Rightarrow$ Tổng diện tích phần tô màu đậm là: $S = S_V - S_T \approx 2a^2 - \frac{\pi a^2}{2} \approx \frac{a^2(4 - \pi)}{2} (cm^2)$

Với $a = 60(cm)$, ta có tổng diện tích phần tô màu đậm là: $S \approx \frac{60^2 \cdot (4 - \pi)}{2} \approx 1545 (cm^2)$

Câu 3: Từ tập hợp số tự nhiên $\{1; 2; \dots; 49; 50\}$, cần chọn ra 21 số phân biệt để gắn vào 21 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi T là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D, E, F theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị $\frac{T}{10^8}$ bằng bao nhiêu(KẾT QUẢ LÀM TRÒN ĐẾN HÀNG PHẦN TRĂM)



Gọi 21 số được chọn theo thứ tự tăng là $x_1 < x_2 < \dots < x_{21}$ trong đó $x_i \in \{1; 2; 3; \dots; 50\}$

Vì mọi số ở hàng trên đều nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới và trong mỗi hàng số bên trái đều nhỏ hơn số bên phải nên ta chọn như sau:

- + Ô A chọn x_1
- + Hàng 2 có 2 ô nên ô B chọn x_3
- + Hàng 3 có 3 ô nên ô C chọn x_6
- + Hàng 4 có 4 ô nên ô D chọn x_{10}
- + Hàng 5 có 5 ô nên ô E chọn x_{15}
- + Hàng 6 có 6 ô nên ô F chọn x_{21}

Do các số ở ô A,B,C,D,E,F theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$x_3 - x_1 = x_6 - x_3 = x_{10} - x_6 = x_{15} - x_{10} = x_{21} - x_{15} = d > 0$$

Khi đó ta có: $x_{21} = x_1 + 5d \leq 50 \Rightarrow x_1 \leq 50 - 5d$

Với mỗi d cố định, ta chọn các số còn lại như sau:

- + Chọn x_2 trong $(x_1; x_1 + d)$, có C_{d-1}^1 cách

+ Chọn x_4, x_5 trong $(x_1 + d; x_1 + 2d)$, có C_{d-1}^2 cách

+ Chọn x_7, x_8, x_9 trong $(x_1 + 2d; x_1 + 3d)$, có C_{d-1}^3 cách

+ Chọn $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ trong $(x_1 + 3d; x_1 + 4d)$, có C_{d-1}^4 cách

+ Chọn $x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ trong $(x_1 + 4d; x_1 + 5d)$, có C_{d-1}^5 cách

$$\text{Với } \begin{cases} d-1 \geq 5 \\ 50-5d \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d \geq 6 \\ d \leq 9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy số cách chọn là } T = \sum_{d=6}^9 (50-5d) C_{d-1}^1 C_{d-1}^2 C_{d-1}^3 C_{d-1}^4 C_{d-1}^5.$$

Câu 4: Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Lời giải

Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, máy bay ở vị trí điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng AB .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AH} = (a+500; b+300; c-500), \overrightarrow{AB} = (300; 100; -50)$$

Từ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương và $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{a+500}{300} = \frac{b+300}{100} = \frac{c-500}{-50} \\ 300a + 100b - 50c = 0 \end{cases}$$

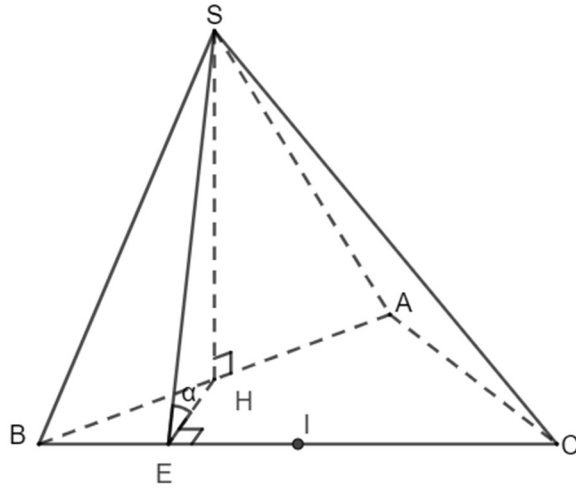
Giải hệ trên tìm được $H(100; -100; 400)$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 400.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC, SAB là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Lời giải

Đáp án: 0,2



Gọi H là trung điểm cạnh AB .

Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB$.

Từ đó suy ra $SH \perp (ABC)$.

Gọi I là trung điểm BC và E là trung điểm BI .

Do $\triangle ABC$ đều nên $HE \perp BC$. Suy ra $BC \perp (SHE) \Rightarrow$ góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ chính là góc $\widehat{SEH}$ hay $\alpha = \widehat{SEH}$.

Do ABC, SAB là các tam giác đều có chung cạnh AB nên $HE = \frac{1}{2} AI = \frac{1}{2} SH$.

Trong $\triangle ABC$ có $\widehat{SHE} = 90^\circ$.

Suy ra $\tan \widehat{SEH} = \frac{SH}{HE} = 2 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Câu 6:

Một bể chứa nước hình trụ thẳng đứng đang đầy nước. Khi mở một nút xả ở đáy bể, nước chảy ra ngoài với tốc độ giảm thể tích tỷ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao mực nước hiện tại trong bể (do áp suất giảm). Nếu gọi $(V(t))$ là thể tích nước còn lại trong bể sau t phút, tốc độ thay đổi thể tích được mô tả bởi phương trình: $V'(t) = -k\sqrt{V(t)}$ (với $(k > 0)$). Biết bể ban đầu có lượng nước là 144 lít. Sau 10 phút xả, lượng nước còn lại trong bể là 64 lít. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc mở nút xả thì bể sẽ cạn hoàn toàn?

Trả lời: 30.

$$\text{Ta có } V'(t) = -k\sqrt{V(t)} \Leftrightarrow \frac{V'(t)}{\sqrt{V(t)}} = -k \Leftrightarrow \frac{V'(t)}{2\sqrt{V(t)}} = -\frac{k}{2} \Leftrightarrow (\sqrt{V(t)})' = -\frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow \int (\sqrt{V(t)})' dt = -\int \frac{k}{2} dt \Leftrightarrow 2\sqrt{V(t)} = -kt + C$$

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} V(0) = 144 \\ V(10) = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 24 \\ k = 0,8 \end{cases}$$

$$V(t) = (12 - 0,4t)^2$$

Bể cạn hoàn toàn khi thể tích bằng 0 do đó $t = 30$ phút.

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Phòng:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

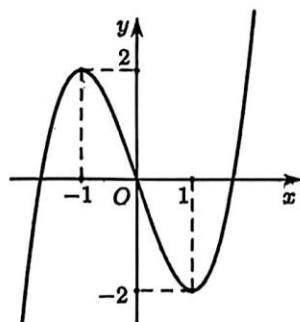
Câu 1. Một trạm y tế ghi nhận số phút tập thể dục mỗi ngày của 60 người trưởng thành trong một khu dân cư. Kết quả được ghi lại và lập thành bảng ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;15)	[15;30)	[30;45)	[45;60)	[60;75)
Số người	8	12	18	14	8

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [15;30). B. [0;15). C. [30;45). D. [45;60).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số là

- A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 4. Cho tứ diện $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $SA \perp AC$. B. $SA \perp SB$. C. $SA \perp BC$. D. $SA \perp AB$.

Câu 5. Trên bảng điều khiển con tàu có 6 nút bấm khác nhau. Robot cần nhấn lần lượt 3 nút để kích hoạt hệ thống phòng thủ. Có bao nhiêu mã lệnh khác nhau có thể tạo ra?

- A. 120. B. 20. C. 18. D. 216.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 6 = 0$ có bán kính bằng

- A. 9. B. $3\sqrt{3}$. C. 6. D. 3.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{x+3} = 2^5$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 8. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2 \int_a^b f(x) dx = \int_{2a}^{2b} f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_{-a}^{-b} f(x) dx$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; 1)$. B. $\vec{n} = (2; -3; -5)$. C. $\vec{n} = (-2; -3; -1)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 5$ và $u_4 = 7$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

- A. 2. B. 12. C. -12. D. -2.

Câu 11. Thể tích của khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục hoành, $x = 0$ và $x = 4$ là

- A. 8π . B. 4π . C. 4. D. 8.

Câu 12. Đồ thị của hàm số $y = 2x + 1 - \frac{1}{x+3}$ có phương trình đường tiệm cận xiên là

- A. $x + 3 = 0$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = \frac{1}{x+3}$. D. $y = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Tốc độ thay đổi dòng tiền (triệu đồng/tháng) của một dự án khởi nghiệp được mô tả bởi hàm số $f(t) = t^2 + at + b$, với t là số tháng tính từ lúc bắt đầu ($t = 0$). Tại tháng thứ 3 ($t = 3$), tốc độ dòng tiền bằng 0. Biết rằng sau 3 tháng đầu tiên, tổng dòng tiền tích lũy của dự án quay về mức 0 (hòa vốn tạm thời), và trong giai đoạn dự án bị thâm hụt tốc độ dòng tiền không dương.

a) Trong giai đoạn dự án bị thâm hụt, tổng số tiền bị thâm hụt là 2 triệu đồng.

b) $f(3) = 0$.

c) Hàm mô tả tốc độ dòng tiền là $f(t) = t^2 - 4t + 3$.

d) Gọi tổng dòng tiền tích lũy của dự án sau t tháng là $F(t)$. Khi đó: $F(t) = \int_0^t f(x) dx$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$.

a) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là 2,5 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

c) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 2 \cos x - 1$.

d) Điểm cực đại của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là $x = -\frac{\pi}{3}$.

Câu 3. Các nhà khoa học thử nghiệm một loại xét nghiệm để phát hiện virus X-Omega. Tuy nhiên, bộ xét nghiệm này không chính xác hoàn toàn. Theo thống kê tại khu vực nghiên cứu:

+ Tỷ lệ người thực sự nhiễm virus là 10%;

+ Nếu một người nhiễm virus, xét nghiệm sẽ cho dương tính với xác suất 95%.

+ Nếu một người không nhiễm virus, xét nghiệm vẫn có thể cho dương tính giả với xác suất 5%.

Chọn ngẫu nhiên một người trong khu vực nghiên cứu.

a) Xác suất người được chọn xét nghiệm ra kết quả dương tính là 0,25.

b) Xác suất người được chọn xét nghiệm ra kết quả âm tính, biết rằng người đó nhiễm virus, bằng 0,05

c) Xác suất người được chọn nhiễm virus, biết rằng người đó nhận được kết quả xét nghiệm là dương tính, bằng 0,38.

d) Xác suất người được chọn không nhiễm virus là 0,9.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét mô hình phòng không như sau: Radar đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$, tên lửa đặt tại điểm $A(0;100;0)$; mỗi đơn vị tương ứng với $10m$; mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất; giả sử mọi máy bay không người lái và tên lửa đều chuyển động thẳng đều. Tại thời điểm $t = 0$ giây, radar phát hiện ra máy bay ở tọa độ $M_0(12000;0;40)$; tại thời điểm $t = 1$ giây radar theo dõi thấy máy bay ở tọa độ $M_1(11990;20;38)$.

a) Tại thời điểm 6 giây, máy bay đang ở vị trí $M_6(11940;120;28)$.

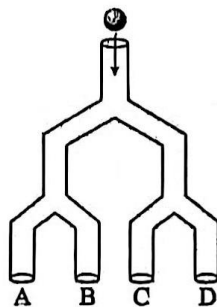
b) Tại thời điểm $t = 6$ giây, một tên lửa được phóng lên và chuyển động thẳng đều với vận tốc $3200m/s$, va chạm và phá hủy máy bay không người lái tại điểm B . Khi đó, sau 30 giây kể từ lúc phóng tên lửa thì tên lửa va chạm với máy bay không người lái.

c) Quỹ đạo đường bay của máy bay có phương trình là
$$\begin{cases} x = 12000 - 10t \\ y = 20t \\ z = 40 - 2t \end{cases}.$$

d) Khoảng cách từ vị trí tên lửa A đến máy bay tại thời điểm $t = 6$ giây là 11940 mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hình bên dưới là một máy trò chơi được đơn giản hóa. Khi thả một quả bóng từ cửa vào, bóng sẽ đi qua đúng một trong bốn vị trí A, B, C, D . Mỗi khi bóng đi qua vị trí nào thì đèn ở vị trí đó sẽ đổi trạng thái: đang tắt thì bật, đang bật thì tắt.

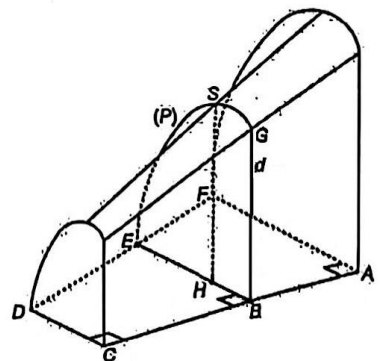


Ví dụ: Nếu ban đầu tắt cả đèn đều tắt, thả bóng 2 lần mà cả 2 lần đều đi qua A thì đèn ở A sẽ bật rồi lại tắt; còn nếu lần 1 bóng đi qua A rồi lần 2 bóng đi qua B thì đèn ở A và B đều bật.

Cứ như vậy, mỗi lần bóng đi qua thì đèn đổi trạng thái. Trò chơi kết thúc khi cả bốn đèn A, B, C, D đều bật.

Gọi xác suất để trò chơi kết thúc đúng ở lần thả bóng thứ 6 là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu? (Biết rằng ban đầu tắt cả đèn đều tắt, tại mỗi ngã rẽ, bóng đi sang hai hướng với xác suất bằng nhau).

Câu 2. Một đường hầm hiện đại được thiết kế với mặt đáy là hình thang $ACDF$ vuông tại A và C ($AF \parallel CD$). Xét một thiết diện bất kì của đường hầm vuông góc với AC là một hình phẳng giới hạn bởi đường cong (P) , đoạn BE và đoạn BG như hình vẽ (G thuộc (P)). Giả sử (P) là một nhánh của parabol có đỉnh S và hình chiếu của S trên mặt nền là H , E là chân của parabol (E thuộc (P) và mặt đáy) thì $SH = 2EH$. Một mặt bên đường hầm có dạng mặt phẳng vuông góc với mặt đáy chứa đường thẳng AC , gọi B là hình chiếu vuông góc của G xuống mặt phẳng đáy thì $BE = BG$ và B thuộc đoạn AC . Biết $AC = 30m$, $AF = 2CD = 12m$. Thể tích đường hầm trên bằng bao nhiêu mét khối?



Câu 3. Ở địa phương X , người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hàng năm không đổi như hiện nay thì sau 40 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng

trung bình hàng năm là 5%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết (làm tròn đến hàng đơn vị)? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.

Câu 4. Một nhà máy sản xuất dòng drone chuyên dụng phục vụ cứu hộ. Nhà máy có công suất tối đa 400 chiếc/quý. Phòng kinh doanh đưa ra các dữ liệu tài chính cho việc sản xuất và tiêu thụ hết x chiếc drone ($x \in \mathbb{N}^*, x \leq 400$) trong một quý như sau:

+ Giá bán mỗi chiếc drone xác định theo hàm số $P(x) = 150 - 0,2x$ (đơn vị: triệu đồng/chiếc).

+ Chi phí vận hành cố định: 2 tỷ đồng/quý.

+ Chi phí linh kiện: Giá gốc 70 triệu đồng/chiếc. Nếu sản xuất trên 150 chiếc thì chi phí linh kiện cho toàn bộ lô hàng giảm xuống còn 60 triệu đồng/chiếc.

Lợi nhuận sau thuế lớn nhất trong một quý nhà máy có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng? (Biết thuế thu nhập doanh nghiệp là 20% tính trên lợi nhuận dương).

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = 2$. Biết $AB' \perp BC'$, thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Một trạm kiểm soát không lưu sử dụng hệ thống ra-đa để theo dõi máy bay trong phạm vi bán kính 500 km. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: km), ra-đa đặt tại $O(0;0;0)$. Một máy bay đang bay tại vị trí $A(0;0;300)$ và tiếp tục bay theo hướng của vector $\vec{u} = (3;4;0)$. Giả sử máy bay bay thẳng và rời khỏi vùng theo dõi, khi đó khoảng cách từ vị trí A đến vị trí cuối cùng của máy bay xuất hiện trên màn hình ra-đa bằng bao nhiêu kilômet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Được thực hiện bởi AI Gemini Pro

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1.

Phương pháp: Nhóm chứa một (nhóm yếu vị) của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.

Lời giải: Quan sát bảng tần số ghép nhóm, ta thấy nhóm $[30;45)$ có tần số lớn nhất bằng 18. Do đó, một của mẫu số liệu thuộc nhóm $[30;45)$.

Chọn C.

Câu 2.

Phương pháp: Dựa vào đồ thị hàm số, giá trị cực đại là giá trị của y tại điểm cực đại của đồ thị.

Lời giải: Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(-1;2)$. Khi đó, giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

Chọn D.

Câu 3.

Phương pháp: Sử dụng tính chất trọng tâm của tam giác. Với G là trọng tâm $\triangle BCD$, ta luôn có $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Lời giải: Chèn điểm A vào biểu thức trên ta được:

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AG} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Chọn B.

Câu 4.

Phương pháp: Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Lời giải: Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA vuông góc với tất cả các đường thẳng nằm trong mặt phẳng (ABC) , bao gồm AB , AC , và BC . Do đó các khẳng định A, C, D đều đúng. Khẳng định B sai vì trong tam giác vuông SAB tại A , đường thẳng SA không thể vuông góc với cạnh huyền SB .

Chọn B.

Câu 5.

Phương pháp: Chọn và sắp xếp thứ tự k phần tử từ n phần tử khác nhau sử dụng chỉnh hợp A_n^k .

Lời giải: Robot cần chọn lần lượt và có thứ tự 3 nút bấm khác nhau từ 6 nút bấm để tạo mã lệnh. Số mã lệnh khác nhau có thể tạo ra là:

$$A_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

Chọn A.

Câu 6.

Phương pháp: Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lời giải: Từ phương trình mặt cầu ta xác định được: $a = 1, b = -2, c = 4, d = -6$. Bán kính của mặt cầu là:

$$R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2 - (-6)} = \sqrt{1 + 4 + 16 + 6} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Chọn B.

Câu 7.

Phương pháp: Giải phương trình mũ cơ bản $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Lời giải:

$$2^{x+3} = 2^5 \Leftrightarrow x + 3 = 5 \Leftrightarrow x = 2$$

Chọn A.

Câu 8.

Phương pháp: Sử dụng các tính chất cơ bản của tích phân xác định.

Lời giải: Với hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, theo định nghĩa tính chất đảo giới hạn tích phân, ta luôn có:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Chọn C.

Câu 9.

Phương pháp: Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$ hoặc các vectơ cùng phương với nó.

Lời giải: Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_0 = (2; -3; 1)$. Đối chiếu với các phương án, ta thấy vectơ ở phương án D là $\vec{n} = (-2; 3; -1) = -\vec{n}_0$, cũng là một vectơ pháp tuyến của (P) .

Chọn D.

Câu 10.

Phương pháp: Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_m + (n - m)d$.

Lời giải: Ta có $u_4 = u_3 + d \Rightarrow 7 = 5 + d \Rightarrow d = 2$.

Chọn A.

Câu 11.

Phương pháp: Thể tích khối tròn xoay quanh trục Ox : $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải: Thể tích khối tròn xoay thu được là:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \pi \left(\frac{16}{2} - 0 \right) = 8\pi$$

Chọn A.

Câu 12.

Phương pháp: Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nếu $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (ax + b)] = 0$.

Lời giải: Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(-\frac{1}{x + 3} \right) = 0$. Do đó, đường thẳng $y = 2x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn B.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1.

Lời giải chi tiết:

Theo bài ra, tại $t = 3$, tốc độ dòng tiền bằng 0 nên $f(3) = 0 \Rightarrow 3^2 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = -9$ (1).

Tổng dòng tiền tích lũy sau 3 tháng đầu bằng 0 nên:

$$\int_0^3 f(t) dt = 0 \Leftrightarrow \int_0^3 (t^2 + at + b) dt = 0 \Leftrightarrow \left[\frac{t^3}{3} + \frac{at^2}{2} + bt \right]_0^3 = 0 \Leftrightarrow 9 + \frac{9a}{2} + 3b = 0 \Leftrightarrow \frac{3a}{2} + b = -3$$
 (2)

Từ (1) và (2), ta giải hệ phương trình tìm được $a = -4$ và $b = 3$. Vậy hàm tốc độ dòng tiền là $f(t) = t^2 - 4t + 3$.

Xét thời kỳ thâm hụt (khi tốc độ dòng tiền âm): $t^2 - 4t + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 3$. Tổng số tiền bị thâm hụt trong giai đoạn này là:

$$\left| \int_1^3 (t^2 - 4t + 3) dt \right| = \left| \left[\frac{t^3}{3} - 2t^2 + 3t \right]_1^3 \right| = \left| 0 - \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} \approx 1,33 \text{ (triệu đồng)} \neq 2 \text{ triệu đồng.}$$

Kết luận:

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

Câu 2.

Lời giải chi tiết:

Hàm số $f(x) = 2 \sin x - x \Rightarrow f'(x) = 2 \cos x - 1$. Do đó ý (c) đúng.

Giải phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$. Trên đoạn $[-\pi; \pi]$, phương trình có đúng 2 nghiệm là $x = \pm \frac{\pi}{3}$. Do đó ý (a) đúng.

Lập bảng biến thiên trên $[-\pi; \pi]$, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y_1 = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x_2 = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow y_2 = -\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. Do đó ý (d) sai (vì điểm cực đại là $x = \frac{\pi}{3}$).

Tọa độ hai điểm cực trị là $A\left(\frac{\pi}{3}; \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ và $B\left(-\frac{\pi}{3}; -\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 + \left(2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}\right)^2} \approx \sqrt{2,094^2 + 1,370^2} \approx 2,502 \approx 2,5.$$

Do đó ý (b) đúng.

Kết luận:

a) Đúng

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Câu 3.

Lời giải chi tiết:

Gọi V là biến cố "Người được chọn nhiễm virus" $\Rightarrow P(V) = 0,1; P(\bar{V}) = 0,9 \Rightarrow$ ý (d) đúng.

Gọi $+$ là biến cố "Kết quả xét nghiệm dương tính". Theo bài ra: $P(+|V) = 0,95$ và $P(+|\bar{V}) = 0,05$.

Xác suất để một người có kết quả xét nghiệm dương tính là:

$$P(+) = P(V) \cdot P(+|V) + P(\bar{V}) \cdot P(+|\bar{V}) = 0,1 \cdot 0,95 + 0,9 \cdot 0,05 = 0,095 + 0,045 = 0,14 \neq 0,25 \Rightarrow \text{ý (a) sai.}$$

Xác suất xét nghiệm âm tính ($-$) biết người đó nhiễm virus là

$$P(-|V) = 1 - P(+|V) = 1 - 0,95 = 0,05 \Rightarrow \text{ý (b) đúng.}$$

Xác suất người nhiễm virus biết họ có kết quả dương tính:

$$P(V|+) = \frac{P(V \cap +)}{P(+)} = \frac{0,1 \cdot 0,95}{0,14} = \frac{0,095}{0,14} \approx 0,68 \neq 0,38 \Rightarrow \text{ý (c) sai.}$$

Kết luận:

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Câu 4.

Lời giải chi tiết:

Tại $t = 0$, máy bay ở $M_0(12000; 0; 40)$. Tại $t = 1$, máy bay ở $M_1(11990; 20; 38)$. Vector vận tốc của máy bay mỗi giây là $\vec{v} = \overrightarrow{M_0M_1} = (-10; 20; -2)$.

Phương trình chuyển động (quỹ đạo) của máy bay theo thời gian t là:
$$\begin{cases} x = 12000 - 10t \\ y = 20t \\ z = 40 - 2t \end{cases} \Rightarrow \text{ý (c)}$$

đúng.

Tại $t = 6$, thay vào hệ phương trình ta được tọa độ máy bay là $M_6(11940; 120; 28) \Rightarrow \text{ý (a) đúng}$.

Khoảng cách từ bộ phóng $A(0; 100; 0)$ đến máy bay tại $t = 6$ tính bằng đơn vị radar:

$$AM_6 = \sqrt{(11940 - 0)^2 + (120 - 100)^2 + (28 - 0)^2} = \sqrt{11940^2 + 20^2 + 28^2} \approx 11940,05 \text{ (đơn vị)}.$$

Vì mỗi đơn vị tương ứng 10 m nên khoảng cách thực tế là $11940,05 \times 10 = 119400,5 \text{ m} \Rightarrow \text{ý (d) sai}$.

Tại $t = 6 + 30 = 36 \text{ s}$, vị trí của máy bay là $B(11640; 720; -32)$. Khoảng cách thực tế từ A đến B là $\approx 116565 \text{ m}$. Quãng đường tên lửa bay được sau 30 s là $30 \times 3200 = 96000 \text{ m} \neq 116565 \text{ m} \Rightarrow \text{ý (b) sai}$.

Kết luận:

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1.

Lời giải: Do sơ đồ rẽ nhánh đối xứng, xác suất để bóng rơi vào mỗi ô A, B, C, D trong mỗi lần thả đều bằng nhau và bằng $p = \frac{1}{4}$. Để trò chơi kết thúc ở lần thứ 6, điều kiện cần là cả 4 ô đều phải được bật sáng sau 6 lần thả, tức là số lần bóng rơi vào mỗi ô (n_A, n_B, n_C, n_D) phải là các số lẻ và tổng bằng 6. Bộ số thỏa mãn duy nhất là $\{3, 1, 1, 1\}$.

Số cách xếp chuỗi 6 lần thả có cấu trúc gồm một ô xuất hiện 3 lần và ba ô còn lại xuất hiện 1 lần là:

$$4 \times \frac{6!}{3!1!1!1!} = 480 \text{ cách.}$$

Trò chơi có thể kết thúc sớm ở lần thứ 4 nếu 4 lần đầu bóng rơi vào 4 ô khác nhau (có $4! = 24$ cách). Để sau 6 lần vẫn có cấu trúc $\{3, 1, 1, 1\}$, 2 lần cuối buộc phải rơi trùng vào cùng một ô nào đó trong 4 ô (có 4 cách). Vậy số trường hợp bị kết thúc sớm ở lần 4 là $24 \times 4 = 96$ cách.

Số cách thả hợp lệ để trò chơi kết thúc đúng ở lần thứ 6 là: $480 - 96 = 384$ cách.

Xác suất cần tìm: $P = \frac{384}{4^6} = \frac{384}{4096} = \frac{3}{32} \Rightarrow a=3, b=32 \Rightarrow a+b=35$.

Đáp số: 35

Câu 2.

Lời giải: Chọn trục Ox trùng với đường thẳng AC , gốc O tại A . Khi đó vị trí của lát cắt B có tọa độ $x \in [0; 30]$. Vì $ACDF$ là hình thang vuông tại A và C nên đoạn $BE(x)$ vuông góc với AC và giảm bậc nhất từ $AF = 12$ về $CD = 6$:

$$BE(x) = 12 - \frac{12-6}{30}x = 12 - \frac{1}{5}x$$

Đặt chiều dài đoạn này là $y_0 = BE(x)$. Tại lát cắt này, thiết diện là một phần hệ trục tọa độ phẳng có bức tường đứng $BG = BE = y_0$. Nhánh parabol (P) đi qua $G(0; y_0)$ và chân $E(y_0; 0)$. Đỉnh S của parabol có hình chiếu H nằm trên đoạn BE sao cho $SH = 2EH$. Từ tính chất hình học đối xứng của parabol, ta giải được vị trí hình chiếu đỉnh H cách B một khoảng bằng $\frac{y_0}{3}$, chiều cao đỉnh

$$SH = \frac{4y_0}{3}.$$

Diện tích thiết diện tại vị trí x được tính bằng tích phân phần diện tích dưới parabol giới hạn bởi các trục:

$$S(x) = \int_0^{y_0} \left[\frac{4y_0}{3} - \frac{3}{y_0} \left(y - \frac{y_0}{3} \right)^2 \right] dy = y_0^2 = \left(12 - \frac{1}{5}x \right)^2$$

Thể tích của đường hầm là:

$$V = \int_0^{30} \left(12 - \frac{1}{5}x \right)^2 dx = \left[-5 \cdot \frac{\left(12 - \frac{1}{5}x \right)^3}{3} \right]_0^{30} = -\frac{5}{3}(6^3 - 12^3) = 2520 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Đáp số: 2520

Câu 3.

Lời giải: Gọi diện tích khai thác hàng năm hiện tại là A . Tổng diện tích rừng có thể khai thác là $S = 40A$.

Khi sản lượng tăng đều 5% mỗi năm, diện tích khai thác lũy tiến tạo thành một cấp số nhân với số hạng đầu là A và công bội $q = 1,05$. Tổng diện tích khai thác sau n năm là:

$$S_n = A \cdot \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1} = 20A(1,05^n - 1)$$

Để khai thác hết rừng thì

$$S_n = S \Leftrightarrow 20A(1,05^n - 1) = 40A \Leftrightarrow 1,05^n - 1 = 2 \Leftrightarrow 1,05^n = 3 \Leftrightarrow n = \log_{1,05}(3) \approx 22,517 \text{ (năm)}.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị ta được 23 năm.

Đáp số: 23

Câu 4.

Lời giải: Hàm doanh thu của nhà máy thu được khi bán x chiếc drone là:

$$R(x) = x \cdot P(x) = 150x - 0,2x^2.$$

Trường hợp 1: Nếu $1 \leq x \leq 150$, chi phí linh kiện là 70 triệu/chiếc. Hàm tổng chi phí và lợi nhuận trước thuế là:

$$C_1(x) = 2000 + 70x \Rightarrow \Pi_1(x) = R(x) - C_1(x) = -0,2x^2 + 80x - 2000$$

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh parabol $x = 200 \notin [1; 150]$. Vì hàm số đồng biến trên $[1; 150]$ nên LNTT lớn nhất tại $x = 150$: $\Pi_1(150) = 5500$ triệu đồng.

Trường hợp 2: Nếu $150 < x \leq 400$, chi phí linh kiện giảm xuống còn 60 triệu/chiếc cho toàn bộ lô hàng.

$$C_2(x) = 2000 + 60x \Rightarrow \Pi_2(x) = R(x) - C_2(x) = -0,2x^2 + 90x - 2000$$

Hàm số đạt cực đại tại đỉnh parabol $x = \frac{-90}{2 \cdot (-0,2)} = 225 \in (150; 400]$. Giá trị LNTT cực đại đạt được là: $\Pi_2(225) = 8125$ triệu đồng.

So sánh hai trường hợp, lợi nhuận trước thuế lớn nhất là 8125 triệu đồng. Doanh nghiệp chịu thuế thu nhập 20%, vậy lợi nhuận sau thuế lớn nhất nhà máy đạt được là:

$$\Pi_{\text{sau thuế}} = 8125 \times (1 - 20\%) = 6500 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp số: 6500

Câu 5.

Lời giải: Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng h . Chọn gốc tọa độ tại trung điểm M của BC , trục Oy trùng với BC , trục Ox đi qua A và trục Oz song song với các cạnh bên.

Tọa độ các điểm được xác định như sau: $B(0; -1; 0)$, $C(0; 1; 0)$, $A(\sqrt{3}; 0; 0)$, $B'(0; -1; h)$, $C'(0; 1; h)$.

Ta có các vectơ hướng: $\overrightarrow{AB'} = (-\sqrt{3}; -1; h)$ và $\overrightarrow{BC'} = (0; 2; h)$.

Theo giả thiết $AB' \perp BC'$ nên tích vô hướng của chúng bằng 0:

$$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = (-\sqrt{3}) \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + h \cdot h = 0 \Leftrightarrow h^2 - 2 = 0 \Rightarrow h = \sqrt{2}$$

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều là:

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot h = \left(\frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \right) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6} \approx 2,449$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm ta được 2,45 .

Đáp số: 2,45

Câu 6.

Lời giải: Vùng phủ sóng của radar là một khối cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 500$ km . Phương trình mặt cầu giới hạn là $x^2 + y^2 + z^2 = 250000$.

Máy bay xuất phát từ $A(0;0;300)$ bay theo hướng $\vec{u} = (3;4;0)$ có phương trình đường đi dạng tham

$$\text{số là: } \begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \quad (t \geq 0) \\ z = 300 \end{cases}$$

Thời điểm máy bay ra khỏi vùng phủ sóng ứng với giao điểm của đường bay và mặt cầu giới hạn:

$$(3t)^2 + (4t)^2 + 300^2 = 500^2 \Leftrightarrow 25t^2 + 90000 = 250000 \Leftrightarrow 25t^2 = 160000 \Leftrightarrow t^2 = 6400 \Rightarrow t = 80 \text{ (vì } t \geq 0 \text{)}.$$

Tại thời điểm $t = 80$, vị trí cuối cùng của máy bay trên màn hình là $M(240;320;300)$. Khoảng cách dịch chuyển từ vị trí A ban đầu đến vị trí M là:

$$AM = \sqrt{(240-0)^2 + (320-0)^2 + (300-300)^2} = \sqrt{240^2 + 320^2} = 400 \text{ (km)}.$$

Đáp số: 400

_____ **HẾT** _____

Họ và tên:.....Số báo danh:.....

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$ là

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.
C. $D = \mathbb{R}$.
D. $D = (-1; 1)$.

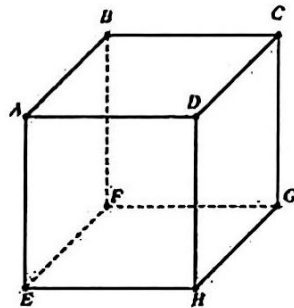
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SA = AB = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. a^3 .
B. $\frac{a^3}{3}$.
C. $\frac{a^3}{6}$.
D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 7.
B. 11.
C. 5.
D. 9.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ (xem hình dưới) có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng AF và CH bằng



- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 90° .

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

- A. $S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
B. $S = \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
D. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $x - 2y + z - 4 = 0$.
B. $x - 2y + z = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$.
D. $x - 2y + z + 4 = 0$.

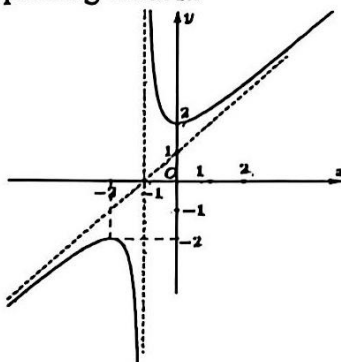
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 12 = 0$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.
B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a, b, c, m, n \in \mathbb{R}; am \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



A. $y = x + 1$.

B. $y = x$.

C. $y = -x + 1$.

D. $x = -1$.

Câu 9. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, các đường thẳng $x = 0$, $x = \ln 3$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục hoành là

A. π .

B. 2π .

C. 4π .

D. 4.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1)$, $B(-3;0;3)$, $C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6;-6;-3)$.

B. $D(6;-6;3)$.

C. $D(6;6;3)$.

D. $D(6;6;-3)$.

Câu 11. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 69,8.

B. 6.

C. 30.

D. 25.

Câu 12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ là

A. $-3\sin x + 4\cos x$.

B. $-3\sin x + 4\cos x + C$.

C. $3\sin x - 4\cos x$.

D. $3\sin x + 4\cos x + C$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm dạng đúng sai (4 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x-7}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Tích các khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc đồ thị (C) đến hai tiệm cận của (C) luôn bằng 4.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;1)$ bằng 2.

d) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1;3)$.

Câu 2. Một cửa hàng điện tử bán hai loại tai nghe không dây, trong đó có 60% tai nghe màu đen và 40% tai nghe màu trắng. Tỷ lệ tai nghe màu đen bị lỗi là 1,5%, còn tỷ lệ tai nghe màu trắng bị lỗi là 4%. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 tai nghe từ cửa hàng. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được tai nghe màu đen";

B: "Khách hàng chọn được tai nghe không bị lỗi".

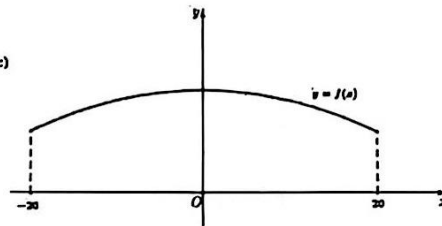
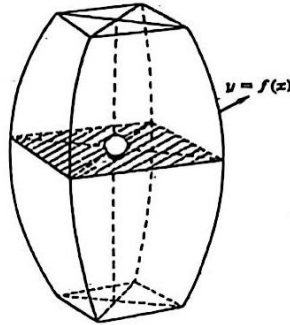
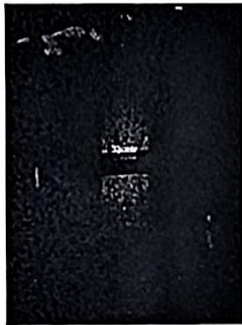
a) Xác suất để tai nghe được chọn không bị lỗi là 0,055.

b) Biết tai nghe được chọn không bị lỗi. Xác suất để tai nghe đó có màu trắng nhỏ hơn 0,4.

c) $P(\bar{A}) = 0,4$.

d) $P(B|A) = 0,85$.

Câu 3. Cận kề ngày Tết Nguyên Đán, bác Lộc muốn thiết kế một đèn lồng cao 40 cm để treo lên cây Nêu. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao vuông góc với trục thẳng đứng của đèn lồng luôn là một hình vuông (xem hình vẽ). Mặt đáy và đỉnh của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_0 = 10\sqrt{2}$ (cm). Mặt cắt ngang tại vị trí rộng nhất của đèn lồng là hình vuông (hình vuông có diện tích lớn nhất) có cạnh $L_{max} = 14\sqrt{2}$ (cm). Mặt cắt của đèn lồng theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong Parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của đèn lồng. Một đường cong Parabol (P): $y = f(x)$ trong bốn đường cong để tạo ra **khung** đèn lồng được gắn trong hệ trục Oxy với trục Ox biểu diễn chiều cao của chiếc đèn lồng (đơn vị trên mỗi trục là 1 cm).



a) Diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang hình vuông vuông góc với trục thẳng đứng bằng 196 cm^2 .

b) Đường cong Parabol (P) tạo ra khung đèn có phương trình là $y = f(x) = \frac{-1}{100}x^2 + 14$.

c) Thể tích của chiếc đèn lồng đó là 12,95 lít (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Để đảm bảo an toàn, bác Lộc treo một chiếc bóng đèn sợi đốt hình cầu có tâm (được xem là một điểm) đặt trên trục thẳng đứng của lồng đèn và cách đáy dưới 22 cm. Bác quy định rằng để tránh làm cháy lớp giấy dán vỏ lồng đèn thì khoảng cách từ bề mặt bóng đèn đến bất kỳ điểm nào trên giấy dán phải tối thiểu là 7 cm. Khi đó, bác có thể chọn chiếc bóng đèn có bán kính lớn nhất là 2,8666 cm (kết quả làm tròn đến bốn chữ số sau dấu phẩy).

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(3;3;0)$, $C(2;0;1)$.

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC} = (0; -4; 0)$.

b) Điểm $M(0;0;c)$ nằm trên trục Oz sao cho biểu thức $P = MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó: $c = -1$.

c) Tọa độ trung điểm của AB là $(2;2;1)$.

d) Cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng $\frac{1}{3}$.

PHẦN III: Trả lời ngắn (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = 90^\circ$, $BC = CD = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Số đo góc phẳng nhị diện $[B, AC, D]$ là m° . Tính $2m$.

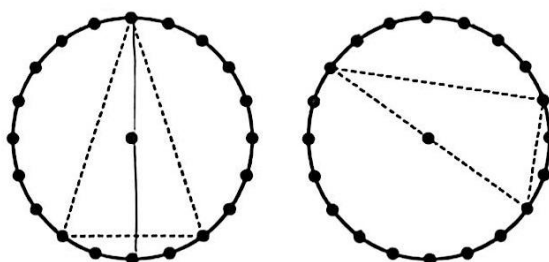
Câu 2. Một doanh nghiệp tư nhân dự định sản xuất một loại linh kiện điện tử với số lượng không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp bán được x sản phẩm thì tổng doanh thu thu về (đơn vị: đồng) được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1200x^2 + 150000x + 50000$. Chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm (đơn vị: đồng) được tính theo công thức $C(x) = 2000 + x + \frac{40000}{x}$. Hỏi doanh nghiệp cần bán bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài 10 km. Một trạm radar cố định được đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có thể phát hiện được các vật thể trong phạm vi bán kính không quá 50 km. Một tàu cứu hộ di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $M(4;6;-1)$ đến vị trí

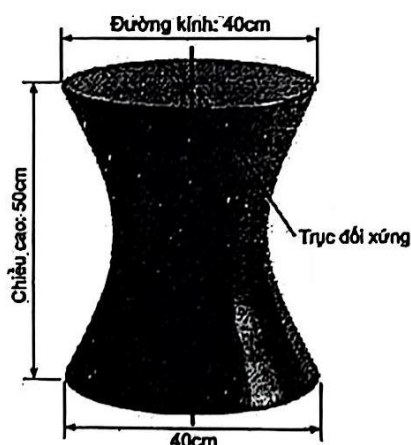
$N(-1; -4; 4)$ với vận tốc không đổi là 60 km/h . Hỏi tàu cứu hộ nằm trong vùng phủ sóng của trạm radar trong khoảng thời gian bao nhiêu phút? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)

Câu 4. Một công ty trong một lần quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi cho thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó, xe loại A có 10 chiếc và xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A được cho thuê với giá 4 triệu đồng và chỉ chở được tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Một chiếc xe loại B được cho thuê với giá 3 triệu đồng và chỉ chở được tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi chi phí thuê xe thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, kết quả cuối cùng được ghi dưới dạng số nguyên)

Câu 5. Trong một trò chơi, có 20 chiếc đèn được bố trí cách đều nhau trên một vòng tròn lớn (như hình vẽ). Khi người chơi bấm nút, hệ thống máy tính sẽ chọn ngẫu nhiên 3 chiếc đèn để thắp sáng đồng thời. Nếu xuất hiện tam giác tạo bởi 3 bóng đèn được thắp sáng là vuông hoặc cân thì người chơi được nhận một phần quà. Mỗi người chơi thực hiện 5 lần bấm nút. Gọi P là xác suất để một người chơi may mắn giành được đúng 1 phần quà. Tính $10^4 \cdot P$ (không làm tròn kết quả ở các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Câu 6. Một nghệ nhân tại làng nghề đúc đồng, nhận chế tác các mẫu đôn trang trí cao cấp bằng đồng. Mỗi chiếc đôn có dạng khối tròn xoay đặc, cao 50 cm , với thiết kế mềm mại và cân đối quanh một trục thẳng đứng (xem hình vẽ bên dưới). Khi cắt chiếc đôn bởi một mặt cắt bất kỳ đi qua trục đối xứng, ta thu được một thiết diện giới hạn bởi hai đường parabol đối xứng nhau qua trục này. Theo yêu cầu thiết kế: Mặt trên và mặt đáy của đôn đều là hình tròn có đường kính 40 cm ; phần thân được bo thon đều về phía trung tâm, tại đó đường kính nhỏ nhất là 30 cm . Biết khối lượng riêng của đồng là 8960 kg/m^3 , giá đồng là 220 nghìn đồng cho mỗi kilôgam và chi phí gia công cho mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng (lượng đồng hao hụt trong quá trình gia công được xem là không đáng kể). Tổng chi phí để hoàn thiện một chiếc đôn theo thiết kế trên là bao nhiêu triệu đồng? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)



----- HẾT -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giáo viên coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Đáp án được cung cấp bởi AI Gemini Pro

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	D	B	A	B	A	C	D	D	D

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu hỏi	Ý a	Ý b	Ý c	Ý d
Câu 1	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
Câu 2	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI
Câu 3	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
Câu 4	SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu hỏi	Đáp án
Câu 1	240
Câu 2	67

Câu 3	90
Câu 4	32
Câu 5	3616
Câu 6	96.7